



GAUTENG PROVINCE
EDUCATION
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

PROVINSIALE EKSAMEN
NOVEMBER 2023
GRAAD 11
NASIENRIGLYNE

WISKUNDE (VRAESTEL 1)

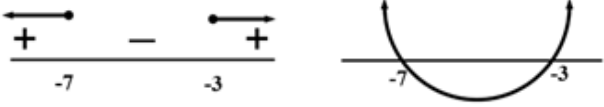
18 bladsye

INSTRUKSIES EN INLIGTING**A – AKKURAATHEID****C.A. – KONTINUE AKKURAATHEID****LET WEL:**

- Indien 'n kandidaat 'n vraag TWEE keer beantwoord het, sien slegs die eerste poging na.
- Indien 'n kandidaat 'n vraag doodgetrek het, en dit NIE weer probeer het NIE, sien die doodgetrekte antwoord na.
- Kontinue akkuraatheid is van toepassing op ALLE aspekte van die nasienriglyn word.
- Dit is ONAANVAARBAAR om waardes/antwoorde aan te neem om 'n vraag op te los.

VRAAG 1

1.1	1.1.1	$K = \sqrt{\frac{5}{p+2}} + \frac{p}{3}$ $K = \sqrt{\frac{5}{3+2}} + \frac{3}{3}$ $K = \sqrt{1} + 1$ $\therefore K = 2$	✓ vereenvoudiging ✓ antwoord	(2)
	1.1.2	$K = \sqrt{\frac{5}{p+2}} + \frac{p}{3}$ $\therefore p + 2 > 0$ $\therefore p > -2$ LET WEL: Slegs antwoord, volpunte.	✓ antwoord	(1)
1.2	1.2.1	$3x^2 = 4x + 2$ $\therefore 3x^2 - 4x - 2 = 0$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + 1$ $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(3)(-2)}}{2(3)} + 1$ $\therefore x = 1,72 \text{ of } x = -0,39$ LET WEL: Penaliseer met 1 punt vir afronding, SLEGS in hierdie vraag. Slegs antwoorde, 1 punt.	✓ substitusie ✓ antwoorde	(2)

1.2.2	$x^2 + 10x > -21$ $x^2 + 10x + 21 > 0$ $(x + 7)(x + 3) > 0$  $x < -7$ of $x > -3$ LET WEL: Penaliseer met 1 punt vir die gebruik van EN in plaas van OF .	✓ standaardvorm ✓ faktore ✓✓ antwoorde	(4)
1.2.3	$\sqrt{x^2 - 5} = 2\sqrt{x}$ $(\sqrt{x^2 - 5})^2 = (2\sqrt{x})^2$ $x^2 - 5 = 4x$ $x^2 - 4x - 5 = 0$ $(x - 5)(x + 1) = 0$ $\therefore x = 5$ of $x = -1$ (n.v.t.)	✓ kwadreer beide kante ✓ vereenvoudiging ✓ standaardvorm ✓ faktore ✓ albei antwoorde met uitsluiting	(5)
1.2.4	$3^{x+1} + 3^{x-1} = \frac{10}{9}$ $3^x \cdot 3^1 + 3^x \cdot 3^{-1} = \frac{10}{9}$ $\therefore 3^x (3^1 + \frac{1}{3}) = \frac{10}{9}$ $\therefore 3^x \cdot \frac{10}{3} = \frac{10}{9}$ $\therefore 3^x = \frac{1}{3}$ $\therefore 3^x = 3^{-1}$ $x = -1$	✓ faktorisering ✓ vereenvoudiging ✓ dieselfde grondtalle ✓ antwoord	(4)

1.3	1.3.1	$x + y = 2$ en $y + 1 = \frac{-3}{x-1} \dots (2)$ $x = 2 - y \dots (1)$ sub (1) in (2) $y + 1 = \frac{-3}{2 - y - 1}$ $y + 1 = \frac{-3}{1 - y}$ $(y + 1)(1 - y) = -3$ $1 - y^2 = -3$ $y^2 = 4$ $y = \pm 2 \dots$ sub in (1) $x = 2 - 2$ of $x = 2 - (-2)$ $x = 0$ $x = 4$ LET WEL: Enige ander geldige metode.	✓ x as onderwerp in (1) ✓ vervang in (2) ✓ waarde van y^2 ✓ waardes van y ✓ waardes van x	(5)
	1.3.2	$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{-2}\right)$ $= -\frac{1}{4}$	✓ korrekte keuse van x en y waardes ✓ antwoord	(2)
1.4	1.4.1	$2mx^2 - (m - 2)x + m + 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = [-(m - 2)]^2 - 4(2m)(m + 1)$ $\Delta = (m - 2)^2 - 8m(m + 1)$ $\Delta = m^2 - 4m + 4 - 8m^2 - 8m$ $\Delta = 7m^2 - 12m + 4$ Vir reële wortels, $\Delta \geq 0$ $\therefore 7m^2 - 12m + 4 \geq 0$ $\therefore 7m^2 + 12m - 4 \leq 0$ $\therefore (7m - 2)(m + 2) \leq 0$ $\therefore -2 \leq m \leq \frac{2}{7}$	✓ substitusie ✓ vereenvoudig standaard vorm ✓ voorwaarde vir Δ ✓ faktore ✓ antwoorde	(6)

1.4.2	Vir die wortels om teenoorgestelde tekens te hê, moet die waarde van 'c' positief wees. $\therefore c > 0$ $\therefore m + 1 > 0$ $\therefore m > -1$ $\therefore$ Reële wortels teenoorgestelde in teken vir: $-1 < m < 0$	✓ voorwaarde vir 'c' ✓ antwoord	(2)
[33]			

VRAAG 2

2.1	2.1.1	$\left\{ \frac{512x^3}{64x^{-3}} \right\}^{-\frac{1}{3}}$ $= \left\{ \frac{2^9 x^3}{2^6 x^{-3}} \right\}^{-\frac{1}{3}}$ $= \{2^3 x^6\}^{-\frac{1}{3}}$ $= \{2^{-1} x^{-2}\}$ $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{x^2}$ $= \frac{1}{2x^2}$ LET WEL: Enige korrekte alternatiewe metode.	✓ priem grondtalle ✓ vereenvoudiging ✓ antwoord	(3)
	2.1.2	$\frac{x^{n+2} + x^{n+1} - x^n - x^{n-1}}{x^2 - 1}$ $= \frac{x^n(x^2 - 1) + x^n(x - x^{-1})}{x^2 - 1}$ $= \frac{x^n(x^2 - 1) + x^n(\frac{x^2 - 1}{x})}{x^2 - 1}$ $= x^n + x^n \frac{1}{x}$ $= x^n + x^{n-1}$ LET WEL: Enige korrekte alternatiewe metode.	✓ faktorisering ✓ vereenvoudiging ✓ antwoord	(3)

2.1.3	$\sqrt{a + \sqrt{2a-1}} \cdot \sqrt{a - \sqrt{2a-1}}$ $= \sqrt{(a + \sqrt{2a-1})(a - \sqrt{2a-1})}$ $= \sqrt{a^2 - (\sqrt{2a-1})^2}$ $= \sqrt{a^2 - 2a + 1}$ $= \sqrt{(a-1)^2}$ $= a - 1$ LET WEL: Enige korrekte alternatiewe metode.	✓ skryf as EEN wortel ✓ kwadratiese uitdrukking ✓ faktore ✓ antwoord	(4)
2.2	$(1 - \sqrt{2})(x + y\sqrt{z}) = -3 + \sqrt{2}$ $\therefore x + y\sqrt{z} = \frac{(-3 + \sqrt{2})}{1 - \sqrt{2}} \times \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$ $\therefore x + y\sqrt{z} = \frac{(-3 + \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})}{1 - 2}$ $\therefore x + y\sqrt{z} = \frac{-3 - 2\sqrt{2} + 2}{-1}$ $\therefore x + y\sqrt{z} = 1 + 2\sqrt{2}$ $\therefore x = 1$ $\therefore y = 2$ $\therefore z = 2$	✓ isoleer veranderlikes en rasionaliseer ✓ vereenvoudiging ✓ vereenvoudiging ✓ antwoorde	(4)
[14]			

VRAAG 3

3.1	3.1.1	Vermenigvuldig die vorige term met $\cos x$.	✓ antwoord	(1)
	3.1.2	$\sin x \cdot \cos^2 x$	✓ antwoord	(1)
3.2	3.2.1	-1; 2; 5; 8; ... $T_2 - T_1 = T_3 - T_2$ $T_2 - T_1 = 2 - (-1) = 3$ $T_3 - T_2 = 5 - 2 = 3$ $\therefore d = 3$ $\therefore T_n = dn + a$ $\therefore T_n = 3n + a$ $\therefore -1 = 3(1) + a$ $\therefore a = -4$ $\therefore T_n = 3n - 4$ LET WEL: Slegs antwoord, volpunte.	✓ waarde van d ✓ substitusie ✓ waarde van a ✓ antwoord	(4)

3.2.2	$T_n = 3n - 4$ $161 = 3n - 4$ $165 = 3n$ $\therefore n = 55$	✓ substitusie ✓ antwoord	(2)
[8]			

VRAAG 4

4.1	4.1.1	25 vierkante	✓ antwoord	(1)
	4.1.2	64 kolle	✓ antwoord	(1)
	4.1.3	$4 ; 9 ; 16 ; 25$ $5 \quad 7 \quad 9$ $2 \quad 2$ $2a = 2$ $\therefore a = 1$ $3a + b = 5$ $\therefore b = 2$ $a + b + c = 4$ $\therefore c = 1$ $\therefore T_n = n^2 + 2n + 1$ $\therefore T_n = (n + 1)^2$	✓ tweede verskil ✓ waarde van a ✓ waarde van b ✓ waarde van c	(4)
4.2	4.2.1	$17 ; 10 ; 5 ; 2 ; 1 ; 2$ $-7 \quad -5 \quad -3 \quad -1 \quad +1$ $2 \quad 2 \quad 2 \quad 2$ $\therefore r = 1$ $\therefore s = 2$	✓ antwoord ✓ antwoord	(2)

	4.2.2	$2a = 2$ $\therefore a = 1$ $d(n) = n^2 + bn + c$ $d(1) = 1^2 + b(1) + c$ $\therefore 17 = 1 + b + c$ $\therefore 16 = b + c \dots(2)$ $d(2) = 2^2 + b(2) + c$ $\therefore 10 = 4 + 2b + c$ $\therefore 6 = 2b + c \dots(1)$ $(1) - (2)$ $\therefore b = -10$ $\therefore 16 = -10 + c \dots(2)$ $\therefore c = 26$ LET WEL: Enige ander geldige metode.	✓ 2^{de} verskil ✓ waarde van a ✓ waarde van b ✓ waarde van c	(4)
	4.2.3	$d(n) = n^2 - 10n + 26$ $\therefore d(8) = 8^2 - 10(8) + 26$ $\therefore d(8) = 10m$	✓ substitusie ✓ antwoord	(2)
4.2	4.2.4	$d(n) = n^2 - 10n + 26$ $\therefore$ Minimum draaipunt $\therefore n = \frac{-(-10)}{2(1)}$ $\therefore n = 5$ $\therefore n > 0 \dots n \in N$ $\therefore$ minimum waarde $\therefore$ Mikayla is KORREK LET WEL: Geen punte word toegeken vir slegs die regte naam nie. Die verduideliking en keuse van naam moet korreleer.	✓ substitusie ✓ waarde van n ✓ verduideliking en keuse van Mikayla	(3)
[17]				

VRAAG 5

5.1	$A = P(1 - i)^n$ $\frac{1}{3} = (1 - i)^2$ $i = 0,42\%$ LET WEL: Die substitusie is vir die korrekte formule en die interpretasie van die substitusie van A en P.	✓ korrekte substitusie in die korrekte formule ✓ antwoord	(2)
5.2	5.2.1 $1 + i_{eff} = \left(1 + \frac{i_{nom}}{n}\right)$ $1 + i_{eff} = \left(1 + \frac{0,075}{12}\right)^{12}$ $i_{eff} = 0,07763\dots$ $i_{eff} = 7,76\%$	✓ korrekte substitusie in die korrekte formule ✓ vereenvoudiging ✓ antwoord	(3)
5.2.2	$A = P(1 - i)^n$ $\therefore A = 10\,000\left(1 + \frac{0,075}{12}\right)^{12} + \left(1 + \frac{0,078}{4}\right)^8 + 5000\left(1 + \frac{0,078}{4}\right)^6$ $\therefore A = R18\,191,03$ JA. Hy sal genoeg fondse hê. LET WEL: Die waardes moet in die korrekte formule vervang word. Die punt vir die gevolgtrekking word slegs toegeken indien 'n geldige berekening gemaak is.	✓ $10\,000\left(1 + \frac{0,075}{12}\right)^{12}$ ✓ $\times \left(1 + \frac{0,078}{4}\right)^8$ ✓ $5000\left(1 + \frac{0,078}{4}\right)^6$ ✓ antwoord ✓ gevolgtrekking	(5)

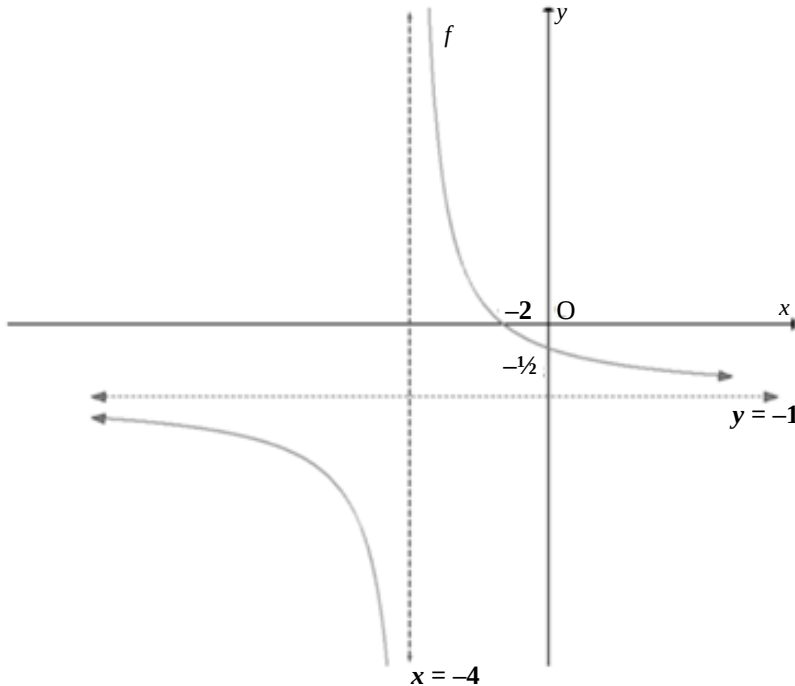
5.3	Mervin: $A = P(1 - ni)$ $A = 6\,000(1 + 5 \times 0,085)$ $A = R8\,550$ $\therefore 5\% \times R6\,000 = R300$ $\therefore \text{totaal} = R8\,550 + R300$ $A = R8\,850$ Haley: $i = 0,08 \div 4 = 0,02$ $n = 5 \times 4 = 20$ $A = P(1 - i)^n$ $A = 6\,000(1 + 0,02)^{20}$ $A = R8\,915,68$ Haley se belegging is groter. LET WEL: Ken slegs die gevolgtrekkingspunt toe as 'n geldige berekening gedoen is.	✓ korrekte substitusie in die korrekte formule ✓ waarde van A (Mervin) ✓ bonus waarde + finale waarde van A (Mervin) ✓ korrekte substitusie in die korrekte formule ✓ waarde van A (Haley) ✓ gevolgtrekking	(6)
[16]			

VRAAG 6

6.1	$x \in \mathfrak{R}$ OF $x \in (-\infty; \infty)$	✓ antwoord	(1)
6.2	$y = 0$	✓ antwoord	(1)
6.3	$f(x) = a \cdot b^x$ $144 = a \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$ $a = 256$	✓ substitusie ✓ antwoord	(2)

6.4	$g(x) = 256 \left(\frac{3}{4} \right)^{-x}$ OF $g(x) = 256 \left(\frac{4}{3} \right)^x$	✓ antwoord	(1)
6.5	Stygende funksie. As x vermeerder, vermeerder $f(x)$.	✓ antwoord ✓ verduideliking	(2)
6.6	$[f(x)]^2 - [f(-x)]^2 = a.f(2x) - a.f(-2x)$ LK $[f(x)]^2 - [f(-x)]^2$ $\left[256 \left(\frac{3}{4} \right)^x \right]^2 - \left[256 \left(\frac{3}{4} \right)^{-x} \right]^2$ $= \left[256^2 \left(\frac{3}{4} \right)^{2x} \right] - \left[256^2 \left(\frac{3}{4} \right)^{-2x} \right]$ RK $a.f(2x) - a.f(-2x)$ $= 256 \left[256 \left(\frac{3}{4} \right)^{2x} \right] - 256 \left[256 \left(\frac{3}{4} \right)^{-2x} \right]$ $= 256^2 \left(\frac{3}{4} \right)^{2x} - 256^2 \left(\frac{3}{4} \right)^{-2x}$	✓ substitusie ✓ antwoord (LK) ✓ antwoord (RK)	(3)
			[10]

VRAAG 7

7.1	$x = -4$ $y = -4$	✓ antwoord ✓ antwoord	(2)
7.2	x-afsnit: $f(x) = \frac{2}{x+4} - 1$ $0 = \frac{2}{x+4} - 1$ $x + 4 = 2$ $\therefore x = -2$ y-afsnit: $f(x) = \frac{2}{x+4} - 1$ $y = \frac{2}{0+4} - 1$ $\therefore y = -\frac{1}{2}$	✓ maak $y = 0$ ✓ x-waarde ✓ y-waarde	(3)
7.3	 LET WEL: Die punt vir vorm is vir die grafiek wat van kwadrant 1 na kwadrant 3 skuif.	✓ vorm ✓ asimptote ✓ afsnitte	(3)

7.4	$(-6; -2)$	✓ x-waarde ✓ y-waarde	(2)
7.5	$y \in \mathbb{R}$ en $y \neq 1$ LET WEL: Albei voorwaardes moet gestel word.	✓ antwoord	(1)
7.6	Refleksie in die y-as	✓ antwoord	(1)
[12]			

VRAAG 8

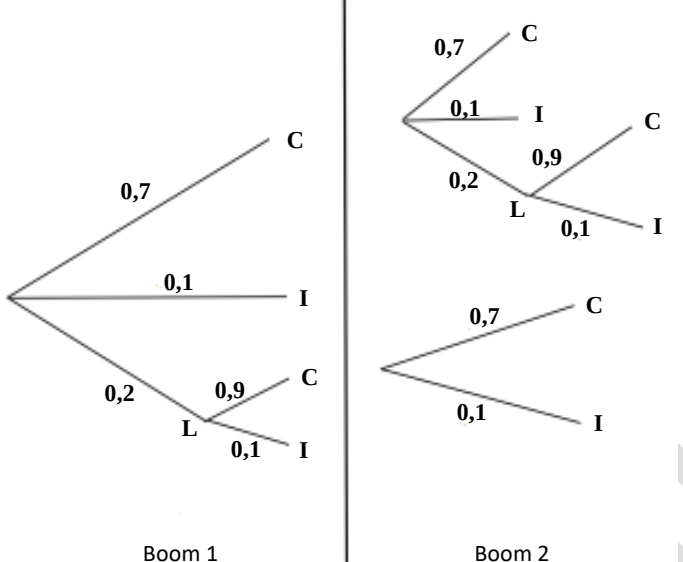
8.1	$y = a(x + p)^2 + q$ $\therefore 6 = a(0 - 1)^2 + 8$ $\therefore 6 = a + 8$ $\therefore a = -2$ $y = -2(x - 1)^2 + 8$ $y = -2(x^2 - 2x + 1) + 8$ $y = -2x^2 + 4x - 2 + 8$ $\therefore y = -2x^2 + 4x + 6$ LET WEL: Die punt vir vereenvoudiging word toegeken by die 3de of 2de laaste stap.	✓ vervang punte $(1; 8)$ en $(0; 6)$ ✓ waarde van a ✓ korrekte vereenvoudiging	(3)
8.2	$j(x) = -2x^2 + 4x + 6$ $\therefore j(3) = 0 \dots (3; 0)$ $\therefore j(1) = 8 \dots (1; 8)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \frac{8 - 0}{1 - 3}$ $\therefore m = -4$ LET WEL: Kandidate hoef nie die koördinate te skryf nie.	✓ koördinate van $j(3)$ en $j(1)$ ✓ korrekte substitusie ✓ antwoord	(3)

8.3	$j(x) = k(x)$ $-2x^2 + 4x + 6 = \frac{1}{3}x - 1$ $-6x^2 + 12x + 18 = x - 3$ $-6x^2 + 11x + 21 = 0$ $-6x^2 - 11x - 21 = 0$ $(x - 3)(6x + 7) = 0$ $x \neq 3 \text{ of } x = -\frac{7}{6}$ $k\left(-\frac{7}{6}\right) = -\frac{25}{18}$ $\therefore P\left(-\frac{7}{6}; -\frac{25}{18}\right)$ LET WEL: Antwoord hoef nie in koördinaatvorm te wees nie.	✓ gelykstelling ✓ standaard vorm ✓ faktore ✓ x-waardes met uitsluiting ✓ y-waarde	(5)
8.4	$VW = -2x^2 + 4x + 6 - \frac{1}{3}x + 1$ $VW = -2x^2 + \frac{11}{3}x + 7$ $VW = -2\left(x^2 - \frac{11}{6}x - \frac{7}{2}\right)$ $VW = -2\left(x^2 - \frac{11}{6}x + \frac{121}{144} - \frac{121}{144} - \frac{7}{2}\right)$ $VW = -2\left(x - \frac{11}{12}\right)^2 + \frac{625}{72}$ $VW_{\text{maks}} = \frac{625}{72} \text{ of } 8,68 \text{ eenhede}$ OF	✓ metode ✓ vereenvoudiging ✓ metode ✓ antwoord OF	

		$VW = -2x^2 + 4x + 6 - \left(\frac{1}{3}x - 1\right)$ $VW = -2x^2 + 4x + 6 - \frac{1}{3}x + 1$ $VW = -2x^2 + \frac{11}{3}x + 7$ Draaipunt: $x = \frac{\frac{11}{3}}{2(-2)}$ $\therefore x = \frac{11}{12}$ $VW_{\text{maks}} = \frac{625}{72} \text{ of } 8,68 \text{ eenhede}$	✓ metode ✓ vereenvoudiging ✓ metode ✓ antwoord	(4)
8.5	8.5.1	$x < 1$	✓ antwoord	(1)
	8.5.2	$x \geq -1 \dots \text{maar} \dots x \neq 3$ $\therefore -1 \leq x < 3 \dots \text{of} \dots x > 3$ LET WEL: Albei antwoorde moet heeltemal reg wees.	✓✓ antwoorde	(2)
8.6	$k < 8$		✓✓ antwoord	(2)
				[20]

VRAAG 9

ANTWOORDE KAN IN BREUKVORM OF AS DESIMALE GEGEE WORD.

9.1	 Boom 1 Boom 2	✓ Boom 1 ✓ Boom 2	(2)
9.2	$P(C \text{ en } C) = 0,7 \times 0,7$ $P(C \text{ en } C) = 0,49$ LET WEL: Slegs antwoord, volpunte.	✓ korrekte metode ✓ antwoord	(2)
9.3	$P(C)$ of $P(L \text{ en } C)$ $= 0,7 + (0,2 \times 0,9)$ $= 0,88$ LET WEL: Slegs antwoord, volpunte.	✓ 0,7 ✓ $+(0,2 \times 0,9)$ ✓ antwoord	(3)
			[7]

VRAAG 10

10.1	10.1.1	$P(A \text{ en } C) = 0$	✓ antwoord	(1)
	10.1.2	$P(B \text{ en } C)$ $= P(B) \times P(C)$ $= 0,4 \times 0,2$ $= 0,08$ LET WEL: Slegs antwoord, volpunte.	✓ korrekte formule of korrekte substitusie ✓ antwoord	(2)
	10.1.3	$P(A \text{ en } B)$ $= P(A) \times P(B)$ $= 0,3 \times 0,4$ $= 0,12$ $P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$ $= 0,3 + 0,4 - 0,12$ $P(A \text{ of } B) = 0,58$	✓ korrekte substitusie ✓ waarde van $P(A \text{ en } B)$ ✓ korrekte substitusie ✓ antwoord	(4)
10.2	10.2.1	$8 + 10 + x + 65 + 3 + 5 + 5 + 2 = 103$ $x = 5$	✓ antwoord	(1)
	10.2.2	$P(\text{enige2}) = \frac{n(\text{enige2})}{n(S)}$ $P(\text{enige2}) = \frac{10+65+5+5}{103}$ $P(\text{enige2}) = \frac{85}{103}$ $P(\text{enige2}) = 0,83$	✓ $\frac{n(\text{enige2})}{n(S)}$ met korrekte substitusie ✓ antwoord (enige vorm)	(2)
10.3		$\frac{9}{80} \times \frac{(17+8)}{79} + \frac{(17+8)}{80} \times \frac{9}{79}$ $\frac{9}{80} \times \frac{25}{79} + \frac{25}{80} \times \frac{9}{79}$ $0,0712 \dots$ $\approx 0,07$	✓ korrekte substitusie ✓ vereenvoudiging ✓ antwoord	(3)
				[13]
TOTAAL:				150