



**Wes-Kaapse
Regering**

Onderwys

OVERBERG ONDERWYSDISTRIK

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

**WISKUNDE
VRAESTEL 2**

SEPTEMBER 2016

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye en 'n formuleblad

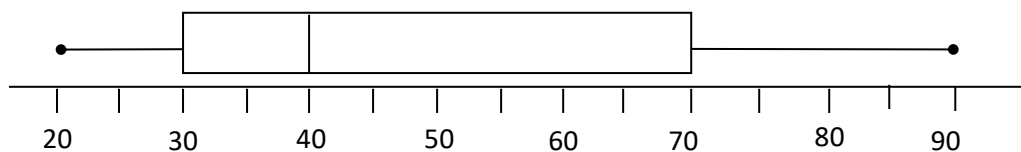
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
5. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
6. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
7. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.
9. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die mond-en-snordigram hieronder toon die punte (uit 90) wat 'n klas van 9 leerders behaal het in 'n Wiskunde toets.



- 1.1 Lewer kommentaar op die skeefheid van die data. (1)
- 1.2 Skryf die interkwartiel-variasiewydte neer van die punte wat behaal is. (2)
- 1.3 Indien die leerders 30 punte moes behaal om die toets te slaag, beraam watter persentasie van die klas die toets geslaag het. (2)
- 1.4 In stygende volgorde is die tweede en derde punte dieselfde, die sesde punt is 58, die sewende punt is 66 en die agtste punt is 74. Die gemiddelde punt vir hierdie toets is 49.

					58	66	74	
--	--	--	--	--	----	----	----	--

Vul die punte van die oorblywende leerders in stygende volgorde in. (op antwoordblad) (7)

[12]

VRAAG 2

Die tabel hieronder toon die hoeveelheid tyd (in ure) wat leerders met 'n ouderdom tussen 12 en 16 jaar spandeer, om sport gedurende skoolvakansies te speel.

Tyd (ure)	Kumulatiewe Frekwensie
$0 \leq t < 20$	30
$20 \leq t < 40$	69
$40 \leq t < 60$	129
$60 \leq t < 80$	157
$80 \leq t < 100$	167
$100 \leq t < 120$	172

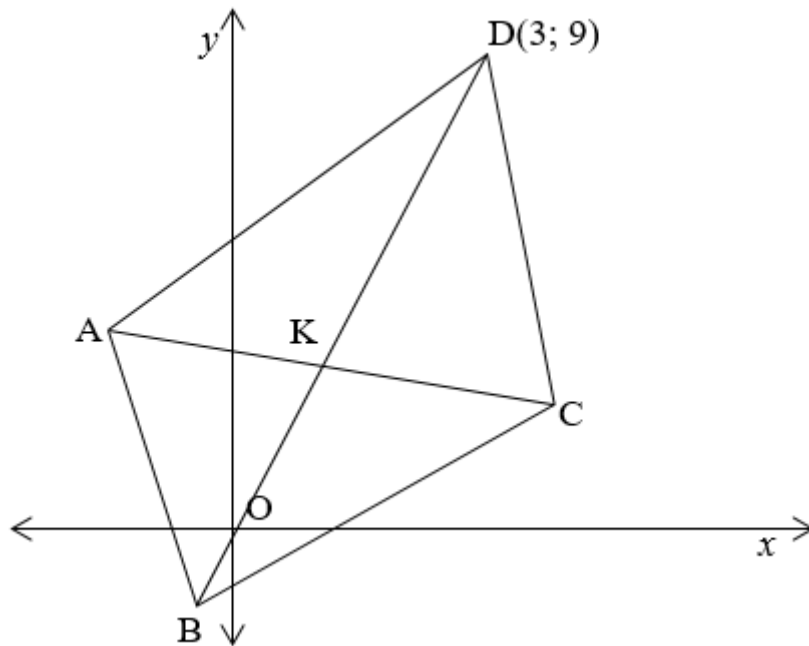
- 2.1 Teken 'n spreidiagram (ogief) op die antwoordblad wat verskaf is om die data hierbo voor te stel. (4)
- 2.2 Skryf die modale klas van die data neer. (1)
- 2.3 Hoeveel leerders, volgens die data hierbo, speel sport gedurende skoolvakansies? (1)
- 2.4 Gebruik die spreidiagram (ogief) om te die aantal leerders wat vir meer as 60% van die tyd sport speel te skat. (2)
- 2.5 Skat die gemiddelde tyd (in ure) wat leerders gebruik om gedurende die skoolvakansie sport te speel. (4)

[12]

VRAAG 3

3.1 In die diagram is A, B, C en D die hoekpunte van 'n ruit/rombus.

Die vergelyking van AC is $x + 3y = 10$



3.1.1 Toon aan dat die vergelyking van BD $3x - y = 0$ is. (3)

3.1.2 Bereken die koördinate van K, die snypunt van AC en BD. (4)

3.1.3 Bepaal die koördinate van B. (3)

3.1.4 As C die punt $(5; y)$ is, bepaal die waarde van y . (4)

3.2 P(-3;2) en Q(5;8) is twee punte in 'n Cartesiese vlak.

3.2.1 Bereken die gradiënt van PQ. (2)

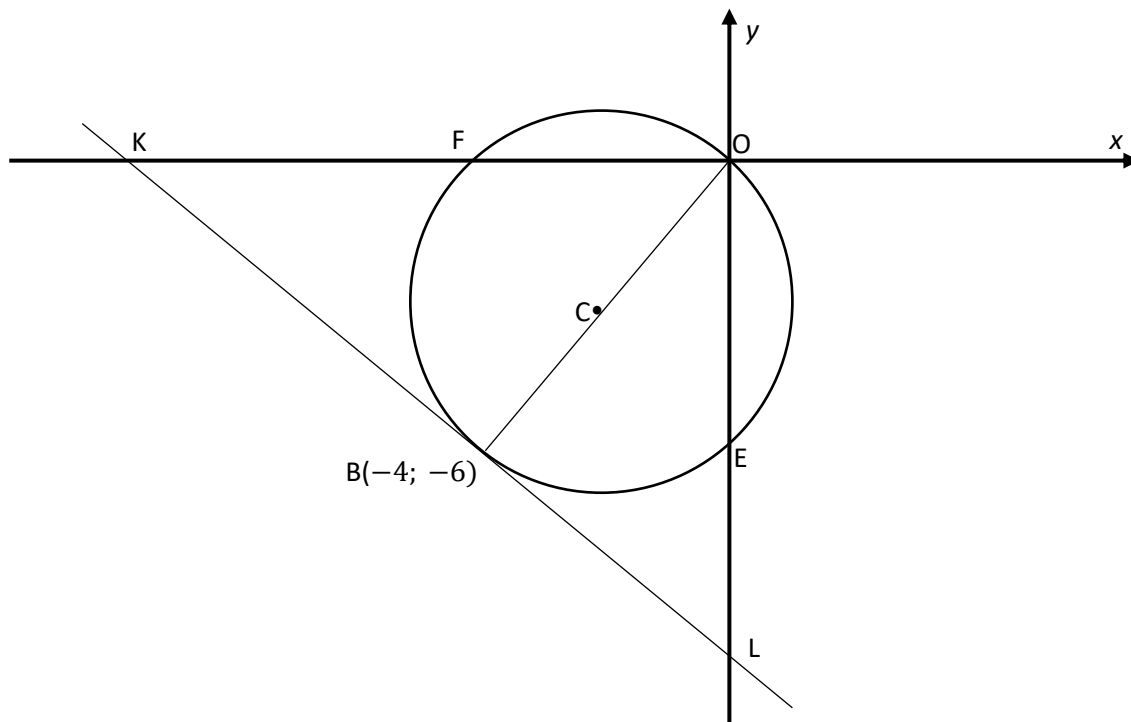
3.2.2 Bereken die hoek wat PQ met die positiewe x -as vorm, korrek tot een desimale plek. (2)

3.2.3 Bepaal die vergelyking van die reguitlyn wat ewewydig is aan PQ en die x -as by $(8; 0)$ sny. (3)

[21]

VRAAG 4

In die diagram sny die sirkel, met middelpunt C en wat deur die oorsprong gaan, die x -as by F en die y -as by E. Die raaklyn aan die sirkel by B(-4 ; -6) sny die x -as by K en die y -as by L.



- 4.1 Bepaal die koördinate van C. (2)
- 4.2 Bereken die lengte van die radius van die sirkel. (2)
- 4.3 Bepaal die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$. (2)
- 4.4 Hoekom is $\triangle OBL$ 'n reghoekige driehoek? (1)
- 4.5 Bepaal die vergelyking van die raaklyn KL in die vorm $y = mx + c$. (4)
- 4.6 Bereken die koördinate van E. (4)
- 4.7 Bepaal die verhouding van die volgende in sy eenvoudigste vorm: (4)

$$\frac{\text{oppervlakte } \triangle OBE}{\text{oppervlakte } \triangle OBL} \quad (4)$$

[19]

VRAAG 5

5.1 Vereenvoudig so ver moontlik $1 - \sin^2 \theta + 3 - \cos^2 \theta$. (3)

5.2 Vereenvoudig SONDER die gebruik van 'n sakrekenaar:

$$\frac{\cos 160^\circ \tan 200^\circ}{2 \sin(-10^\circ)} \quad (6)$$

5.3 Bewys dat $\frac{\cos^2 x \sin^2 x + \cos^4 x}{1 - \sin x} = 1 + \sin x$ (4)

5.4 Beskou $\cos(x + 45^\circ) \cos(x - 45^\circ)$.

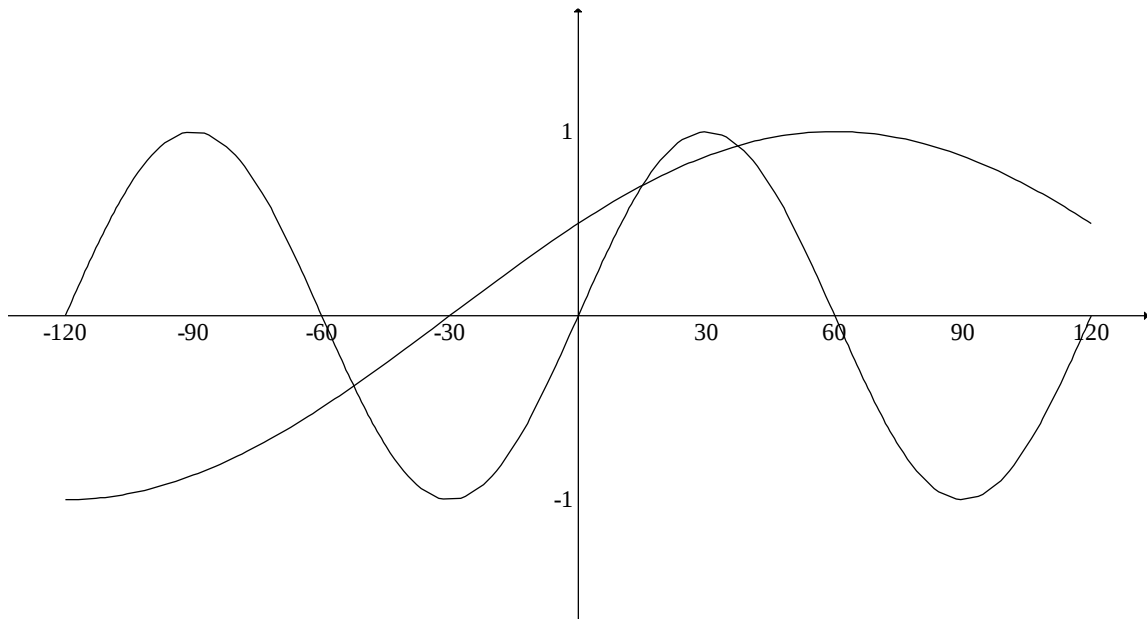
5.4.1 Dui aan dat $\cos(x + 45^\circ) \cos(x - 45^\circ) = \frac{1}{2} \cos 2x$ (4)

5.4.2 Bepaal gevolglik 'n waarde van x in die interval $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ waarvoor $\cos(x + 45^\circ) \cos(x - 45^\circ)$ 'n minimum is. (3)

[20]

VRAAG 6

In die diagram is die funksies $f(x) = \cos(x - 60^\circ)$ en $g(x) = \sin 3x$ geteken vir $x \in [-120^\circ; 120^\circ]$.

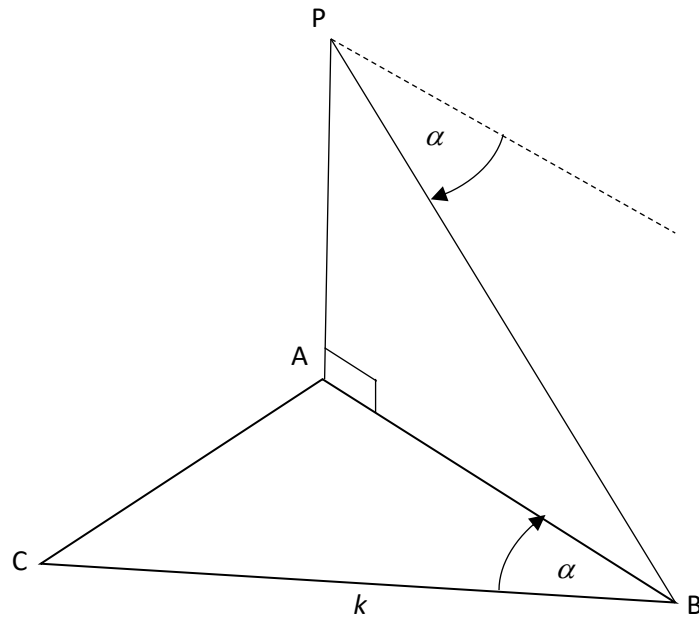


- 6.1 Skryf die periode van $g(x)$ neer. (1)
- 6.2 Skryf die amplitude neer van $f(x)$. (1)
- 6.3 Gee die terrein/waardeversameling van $f(x) - 1$. (1)
- 6.4 Bepaal die x -waarde(s) waar die twee grafieke mekaar sny vir $x \in [-120^\circ; 120^\circ]$. (6)
- 6.5 Vir watter waardes van x , $x \in [0^\circ; 120^\circ]$, sal $g(x - 5^\circ) > f(x - 5^\circ)$? (3)
- 6.6 Die grafiek h word verkry as die grafiek f met 45° na links geskuif word. Skryf die vergelyking van h in sy eenvoudigste vorm neer. (2)

[14]

VRAAG 7

In die diagram is P direk bokant A van $\triangle ABC$. A, B en C is punte in dieselfde vlak. $BC = k$ meter en $\hat{ABC} = \alpha$. Die diepthoek van B, soos gesien vanaf P, is α en die oppervlakte van $\triangle ABC = t$ meter².



7.1 Skryf $\hat{ABP}$ in terme van α . (1)

7.2 Toon aan dat $AB = \frac{2t}{k \sin \alpha}$. (2)

7.3 Bewys dat $PB = \frac{4t}{k \sin 2\alpha}$ (4)

[7]

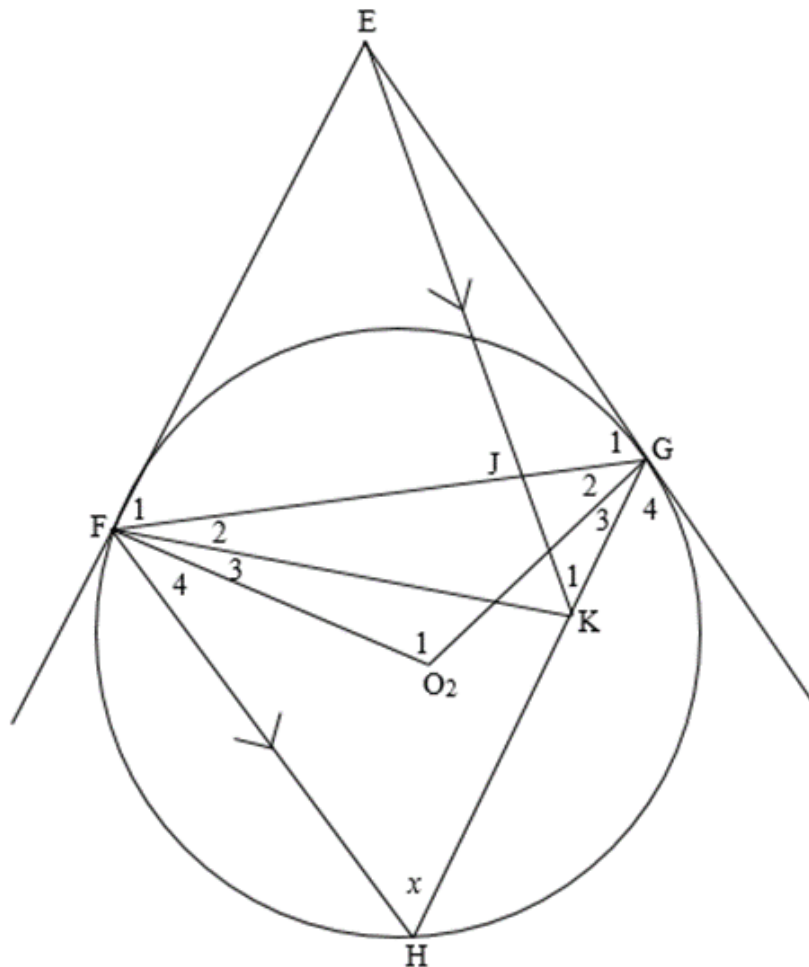
Gee redes vir ALLE bewerings in VRAE 8, 9, 10 en 11.

VRAAG 8

8.1 Voltooi die volgende:

Die oorstaande hoeke van 'n koordevierhoek is ... (1)

8.2 In die diagram, is EF en EG raaklyne aan die sirkel met middelpunt O. FH || EK, EK sny FG by J en ontmoet GH by K. $\hat{H} = x$.



Bewys dat ...

8.2.1 FOG is 'n koordevierhoek is. (5)

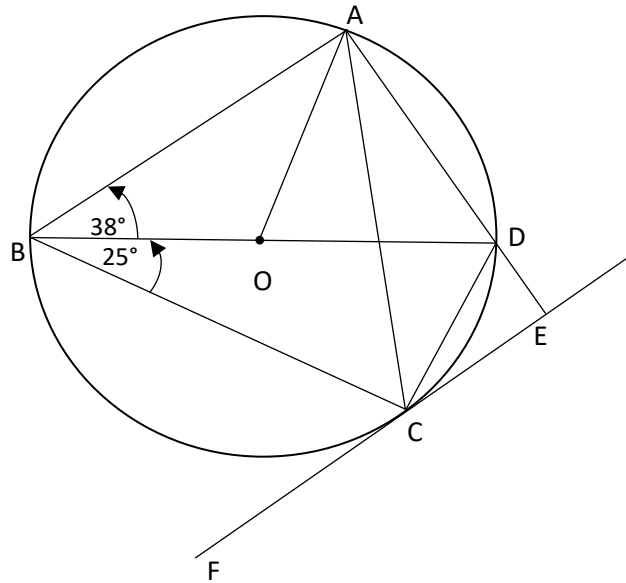
8.2.2 EG 'n raaklyn aan sirkel GJK is. (5)

8.2.3 $\angle FEG = 180^\circ - 2x$ (3)

[14]

VRAAG 9

9.1 In die diagram is ABCD 'n koordevierhoek in die sirkel met middelpunt O. Raaklyn FC ontmoet AD verleng in E. Radius AO en koord AC word getrek. $\hat{ABO} = 38^\circ$ en $\hat{CBD} = 25^\circ$.



Bereken, met redes, die grootte van elk van die volgende hoeke:

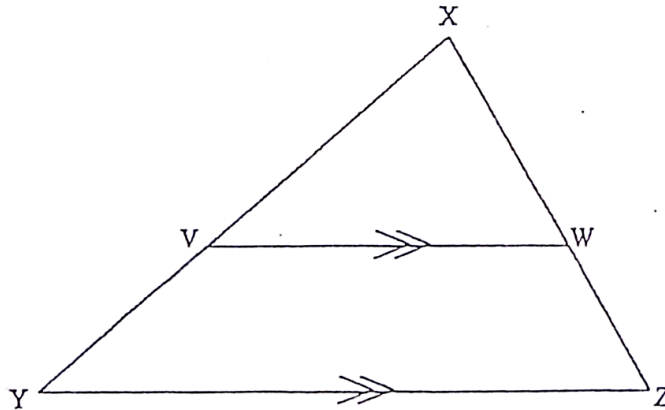
- | | | |
|-------|-------------|-----|
| 9.1.1 | $\hat{BAD}$ | (2) |
| 9.1.2 | $\hat{AOD}$ | (2) |
| 9.1.3 | $\hat{CDE}$ | (2) |
| 9.1.4 | $\hat{DCE}$ | (2) |
| 9.1.5 | $\hat{ACD}$ | (2) |

[10]

VRAAG 10

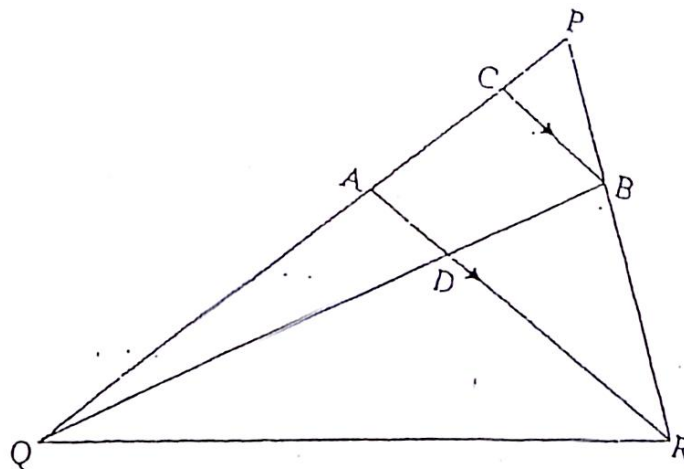
10.1 Gebruik die diagram op die diagramblad om die stelling te bewys wat beweer dat as

$$VW \parallel YZ, \text{ dan is } \frac{XV}{VY} = \frac{XW}{WZ}.$$



(6)

10.2 In $\triangle PQR$ hieronder lê B op PR sodat $2PB=BR$. A lê op PQ sodat $PA:PQ=3:8$. CB is ewewydig aan AR geteken.



10.2.1 Skryf die waarde neer van $\frac{\text{oppervlakte van } \triangle PRA}{\text{oppervlakte van } \triangle QRA}$. (2)

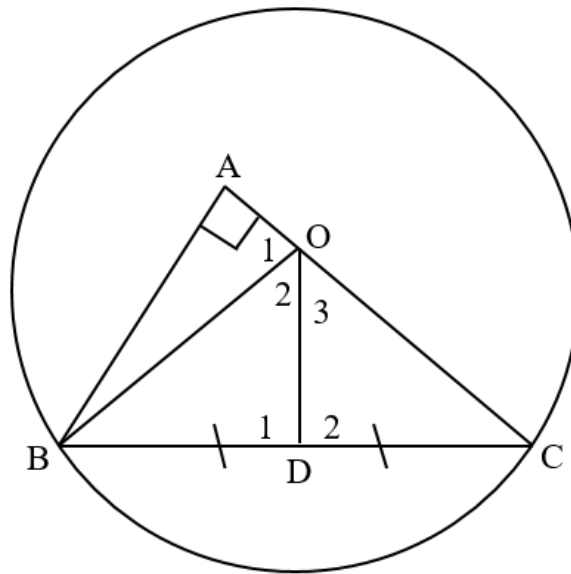
10.2.2 Bereken die waarde van die verhouding $\frac{BD}{BQ}$.

Toon alle bewerkings om jou antwoord te staaf. (4)

[12]

VRAAG 11

Gegee dat O die middelpunt van die sirkel is. $BA \perp AC$. D is die middelpunt van BC.



11.1 Bewys dat: $\triangle ABC \sim \triangle DOC$ (4)

11.2 Toon aan dat: $OC = \frac{DC \cdot BC}{AC}$ (1)

11.3 Gegee: $DC = 15$ cm en $AB = 18$ cm.

Bereken die lengte van OC, afgerond tot een desimale eenheid. (4)

[9]

Totaal: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} ; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{oppervlakte } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$