

Overberg Onderwysdistrik

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE VRAESTEL 1

SEPTEMBER 2016

150 PUNTE

TYD: 3 ure

Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye en 'n inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukerig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
5. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
6. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
7. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.
9. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 11.1 Los op vir x .

$$1.1.1 \quad 3x + \frac{1}{x} = 4 \quad (3)$$

$$1.1.2 \quad x(5x - 1) = 2(7x + 1) \text{ (korrek tot TWEE desimale plekke)} \quad (4)$$

$$1.1.3 \quad 6 \geq x(x - 5) \quad (4)$$

$$1.1.4 \quad (\sqrt{x-1} - 3)(\sqrt{x-1} + 2) = 0 \quad (4)$$

1.2 Gegee:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^{2016}}{x^{2015} + x^{2012}}}$$

Bepaal die waarde van $f(x)$ sonder die gebruik van 'n sakrekenaar as $x = 2$ is. Toon alle bewerkings!

(4)

1.3 Los vir x en y gelyktydig op:

$$x - 3y = 1$$

$$-2xy + 9y^2 = 17 - x^2 \quad (6)$$

[25]

VRAAG 2

2.1 Gegee: **0 ; -1 ; 1 ; 6 ; 14 ; ...**

2.1.1 Toon aan dat hierdie ry 'n konstante tweede verskil het. (2)

2.1.2 Skryf die volgende term van die ry neer. (1)

2.1.3 Bepaal 'n uitdrukking vir die n^{de} term van die ry. (4)

2.2 Beskou die ry: **3 ; 2 ; 3 ; 6 ; 3 ; 10 ; 3 ; 14 ; ...**

2.2.1 Indien die patroon op die volgende manier voortgaan, skryf die volgende TWEE terme van die ry. (2)

2.2.2 Bereken die som van die eerste 100 terme. (4)

2.2.3 Watter term in die ry gaan 122 wees? (4)

2.3 Bereken die waarde van n :

$$\text{As } \sum_{k=2}^n (-5 \cdot (-3^{k-1})) = 1815 \quad (4)$$

2.4 Gegee die reeks: **1 ; $k + 1$; $(k + 1)^2$; ...**

2.4.1 Vir watter waardes van k sal die reeks konvergeer? (3)

2.4.2 Bereken die som tot oneindig as:

$$k = -\frac{1}{2} \quad (2)$$

[26]

VRAAG 3

Gegee: $f(x) = \frac{3}{x-1} - 2$

- 3.1 Skryf neer die vergelyking van die:
- 3.1.1 horisontale asimptoot van f . (1)
- 3.1.2 vertikale asimptoot van f . (1)
- 3.2 Bepaal die x - en y - afsnitte van f . (3)
- 3.3 Skets die grafiek van f , toon duidelik die asimptote en die afsnitte met die asse aan. (3)
- 3.4 As 'n ander funksie g as $g(x) = f(x-3) + 7$ gedefinieer word, bepaal die koördinate van die snypunt van die asimptote van g . (2)

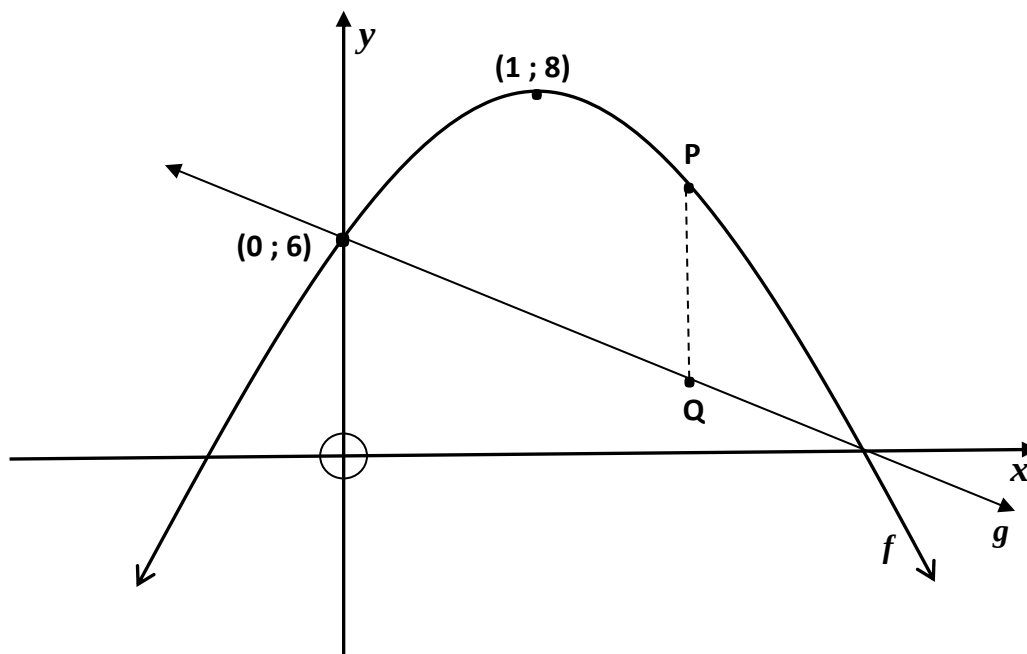
[10]

VRAAG 4

Die onderstaande skets wys $f(x) = ax^2 + bx + c$ en $g(x) = mx + c$.

Die draaipunt van die parabool is $(1; 8)$.

Beide $f(x)$ en $g(x)$ gaan deur die punt $(0; 6)$.

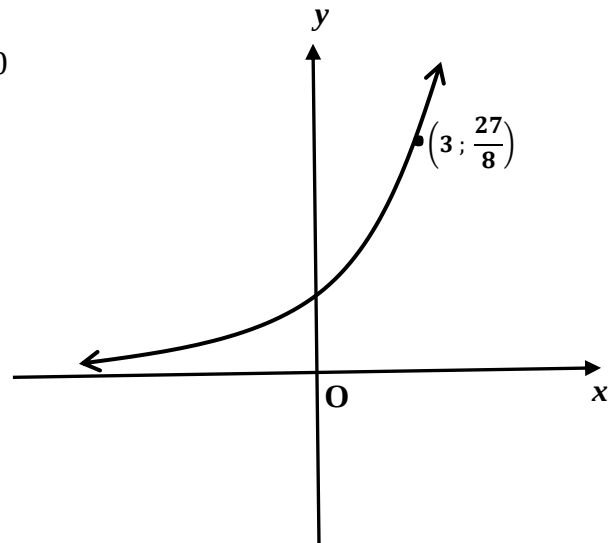


- 4.1 Toon aan dat $a = -2$, $b = 4$ en $c = 6$. (5)
- 4.2 Bereken die vergelyking van $g(x)$. (5)
- 4.3 Bereken die koördinate van die raakpunt van die raaklyn aan $f(x)$ wat ewewydig aan $g(x)$ is. (4)
- 4.4 As PQ 'n lyn parallel aan die y-as is met P op $f(x)$ en Q op $g(x)$, bepaal die lengte van PQ in terme van x . (2)
- 4.5 Vir watter waardes van x is $f(x) \cdot g(x) < 0$? (2)
- 4.6 Vir watter waardes van x is $f(x) \geq g(x)$? (2)

[20]

VRAAG 5

5. Die grafiek van $f(x) = a^x$, waar $a > 0$ en $a \neq 1$, gaan deur die punt $\left(3; \frac{27}{8}\right)$.



Gebruik die skets en die gegewe inligting om die volgende vrae te beantwoord.

- 5.1 Bepaal die waarde van a . (2)
- 5.2 Skryf die vergelyking van f^{-1} in die vorm $y = \dots$ neer. (2)
- 5.3 As $h(x) = f(x - 5)$, skryf die gebied (definisieversameling) van h neer. (1)
- [5]

VRAAG 6

6.1 Jade belê 'n enkelbedrag van R5 000 vir presies 2 jaar in 'n spaarrekening. Die belegging verdien rente teen 10% p.j., kwartaalliks saamgestel.

6.1.1 Wat is die kwartaallikse rentekoers vir Jade se belegging? (1)

6.1.2 Wat is die effektiewe rentekoers wat Jade verdien? (3)

6.2 Willem erf R900 000. Hy belê sy volle erfporsie in 'n fonds wat rente verdien teen 'n koers van 13% p.j., maandeliks saamgestel. Hy onttrek R12 000 uit die fonds aan die einde van elke maand. Sy eerste onttrekking is presies een maand na sy aanvanklike belegging.

6.2.1 Hoeveel onttrekkings van R12 000 sal Willem uit hierdie fonds kan maak? (5)

6.2.2 Presies vier jaar na sy aanvanklike belegging besluit Willem om al die geld wat in sy rekening oorbly, te onttrek en dit as 'n deposito vir 'n huis te gebruik.

(a) Wat is die waarde van Willem se deposito, tot die naaste rand?

(b) Willem se deposito is presies 35% van die koopprys van die huis. Wat is die koopprys van die huis, tot die naaste rand? (4)

(1)

[14]

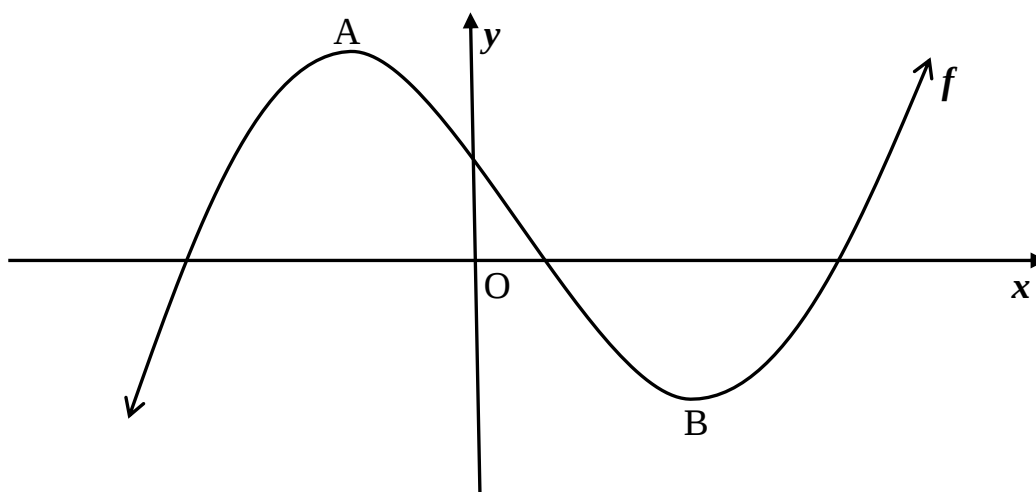
VRAAG 7

7.1 Bepaal die afgeleide van $f(x) = 2x^2 - 3x$ vanuit eerste beginsels. (6)

7.2 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ as $y = 2\sqrt{x} - \frac{3x}{5x^2}$ (3)

[9]**VRAAG 8**

8.1 Die grafiek van $f(x) = x^3 - 4x^2 - 11x + 30$ is hieronder geteken. A en B is draaipunte van f .



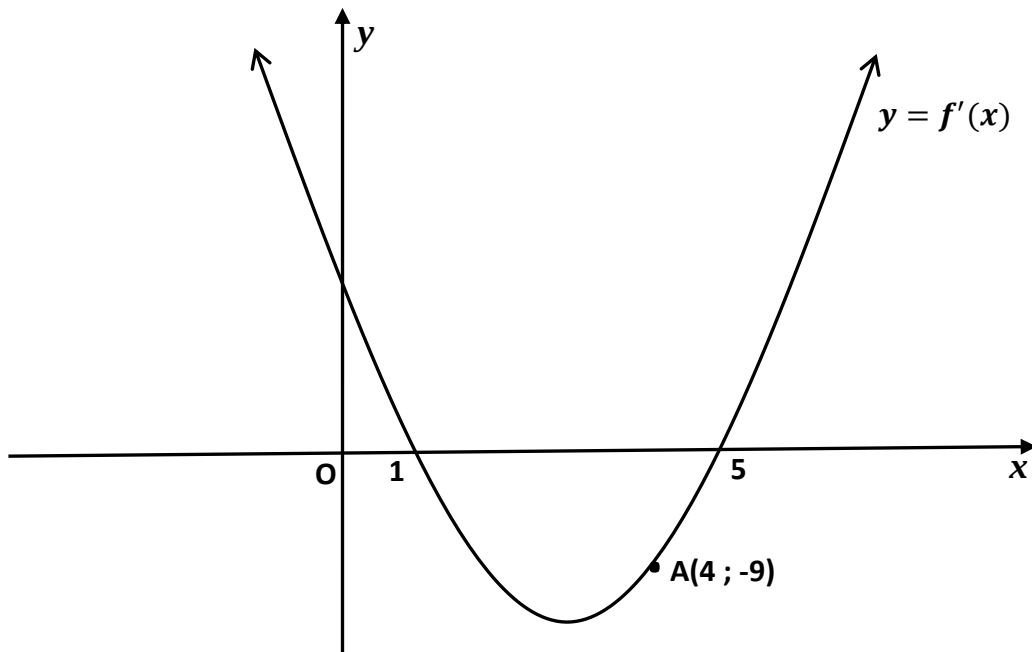
8.1.1 Bepaal die koördinate van A en B. (5)

8.1.2 Bepaal die x -koördinaat van die infleksiepunt (buigpunt) van f . (2)

8.1.3 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan f by $x = 2$, in die vorm $y = mx + c$. (4)

8.1.4 Verduidelik hoe die grafiek van f geskuif kan word sodat dit twee gelyke wortels kan hê. (2)

- 8.2 Die diagram hieronder toon die grafiek van $f'(x)$, die afgeleide van $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Die grafiek van $f'(x)$ sny die x -as by 1 en 5. $A(4; -9)$ is 'n punt op die grafiek van $f'(x)$.



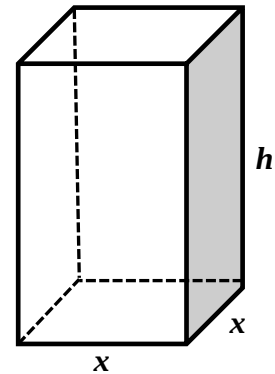
- 8.2.1 Skryf die gradiënt van die raaklyn aan f by $x = 4$ neer. (1)
- 8.2.2 Bepaal die x -koördinate van die draaipunte van f . (2)

[16]

VRAAG 9

'n Soliede regte prisma is gemaak van 8 m^3 gesmelte metaal.

Die lengte van die sye van die basis is x meter en die hoogte is h meter. Die blok gaan met een laag verf bedek word.



9.1 Druk h in terme van x uit. (2)

9.2 Toon aan dat die buite oppervlak van die blok deur $A(x) = 2x^2 + \frac{32}{x}$ gegee word. (3)

9.3 Bereken die afmetings van die blok wat sal verseker dat 'n minimum hoeveelheid verf gebruik sal word.

(4)

[9]**[9][9]****[9]**

VRAAG 10

- 10.1 'n Toernooi-organiseerder het 'n opname onder 150 lede by 'n plaaslike sportklub gedoen om uit te vind of hulle tennis speel of nie. Die resultate word in die tabel hieronder getoon.

	SPEEL TENNIS	SPEEL NIE TENNIS NIE
MANLIK	50	30
VROULIK	20	50

- 10.1.1 Wat is die waarskynlikheid dat 'n lid wat willekeurig gekies word:

- (a) Vroulik is (2)
- (b) Vroulik is en tennis speel (1)

- 10.1.2 Is tennisspeel onafhanklik van geslag? Motiveer jou antwoord met die nodige berekeninge. (4)

- 10.2 'n Suid-Afrikaanse musiekgroep beplan 'n konsertreis met optredes in Durban, Oos-Londen, Port Elizabeth, Kaapstad, Bloemfontein, Johannesburg en Polokwane. Op hoeveel verskillende maniere kan hulle hul reisprogram opstel indien: (2)

- 10.2.1 Daar geen beperkings is nie. (2)

- 10.2.2 Die eerste optrede in Kaapstad moet wees en die laaste optrede in Polokwane moet wees. (3)

- 10.2.3 Die optrede in die vier kusstede (die stede naby die see) saamgegroeper moet wees. (2)

- 10.2.4 Die konserte slegs in enige 4 van die 7 stede gedoen word.

[16]**TOTAAL: 150**

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1+ni)$$

$$A = P(1-ni) \quad A = P(1-i)^n$$

$$A = P(1+i)^n$$

$$T_n = a + (n-1)d \quad S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1} \quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad ; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} \quad ; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx \quad b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$