



education

Department of
Education
FREE STATE PROVINCE

VOORBEREIDENDE EKSAMEN

GRAAD 12

WISKUNDE V2

TYD: 3 UUR

SEPTEMBER 2025

PUNTE: 150

**Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye, 1 inligtingsblad
en 'n antwoordboek van 24 bladsye.**

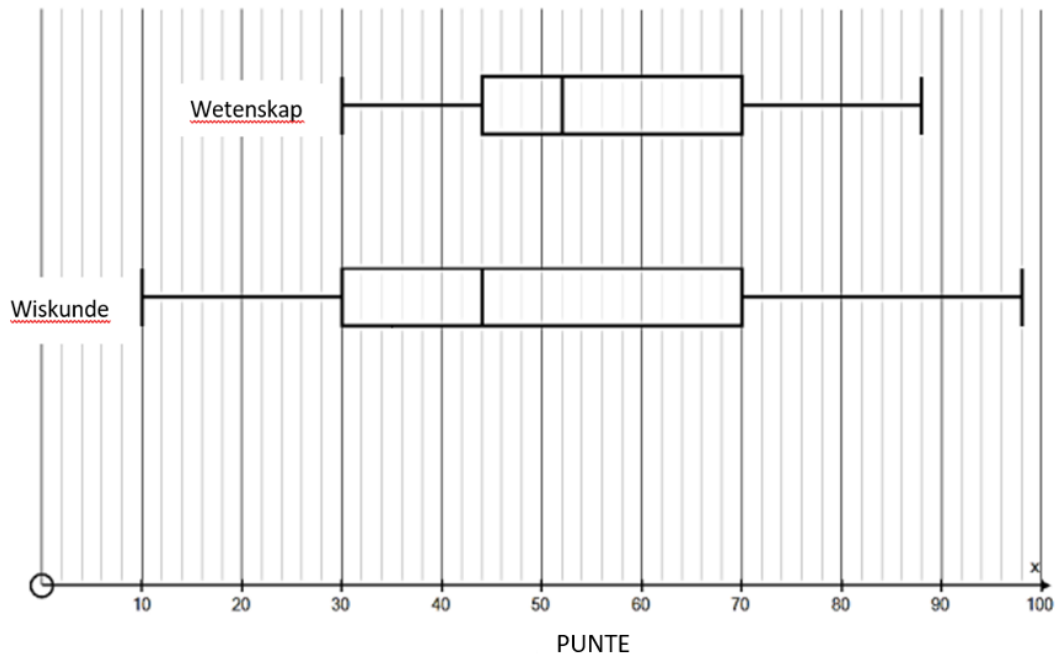
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik word.
9. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die mond-en-snordigramme hieronder toon die verspreiding van toetspunte wat deur 'n steekproef van studente in Wiskunde en Wetenskap behaal is.



Gebruik die diagram om die volgende te bepaal:

- 1.1 Die variasiewydte vir Wiskunde. (2)
- 1.2 Die mediaan vir Wetenskap. (1)
- 1.3 Die interkwartiel-variasiewydte vir Wetenskap. (2)
- 1.4 Watter eksamen was makliker vir die studente? Motiveer jou antwoord. (2)
- 1.5 Watter eksamen het 'n swakker verspreiding van punte? Motiveer deur TWEE redes te gee. (2)
- 1.6 As 'n leerder uit die Wetenskapsteekproef willekeurig gekies word, vind die waarskynlikheid dat die leerder 'n punt groter as 70% behaal het. (1)

[10]

VRAAG 2

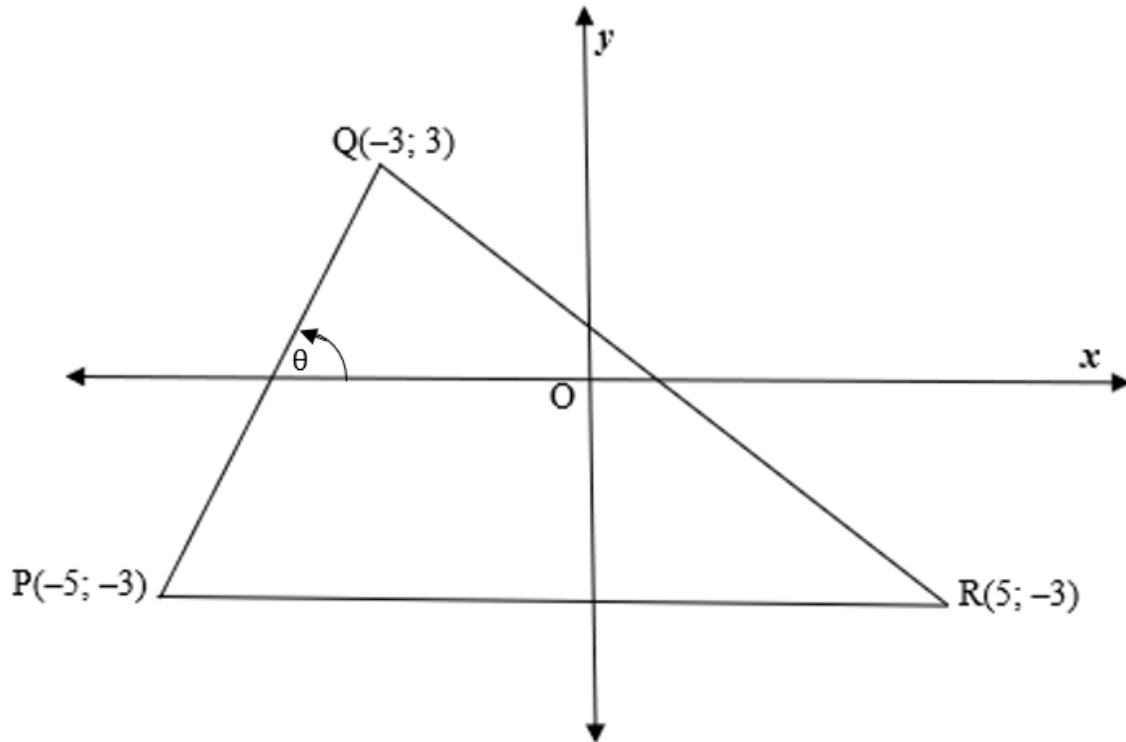
Verwys na die stellings hieronder en beantwoord die vrae wat volg:

- 'n Kleinstekwadrade-regressielyn ('n lyn van beste passing) het 'n vergelyking van $y = 49 - 3x$
- Daar is een uitskieter wat geïdentifiseer is as (9; 4)
- Die korrelasiekoëffisiënt is baie sterk

- 2.1 As die uitskieter verwyder word, sal die korrelasiekoëffisiënt sterker wees? (Verduidelik jou antwoord.) (1)
- 2.2 Is die korrelasiekoëffisiënt nader aan een of negatiewe een? (Verduidelik jou antwoord.) (2)
- 2.3 As 'n lyn van beste passing gebruik word, sal dit volkome akkuraat wees? (Verduidelik jou antwoord.) (2)
- 2.4 'n Individue maak 'n voorspelling dat as x 'n waarde van 30 het, y 'n waarde van -41 sal hê. Sy vriend verduidelik dat hy ekstrapoleer en dat sy resultaat nie akkuraat is nie. Verduidelik waarna sy vriend verwys. (2)
- [7]

VRAAG 3

In die onderstaande diagram is PQR 'n driehoek met hoekpunte $P(-5; -3)$, $Q(-3; 3)$ en $R(5; -3)$

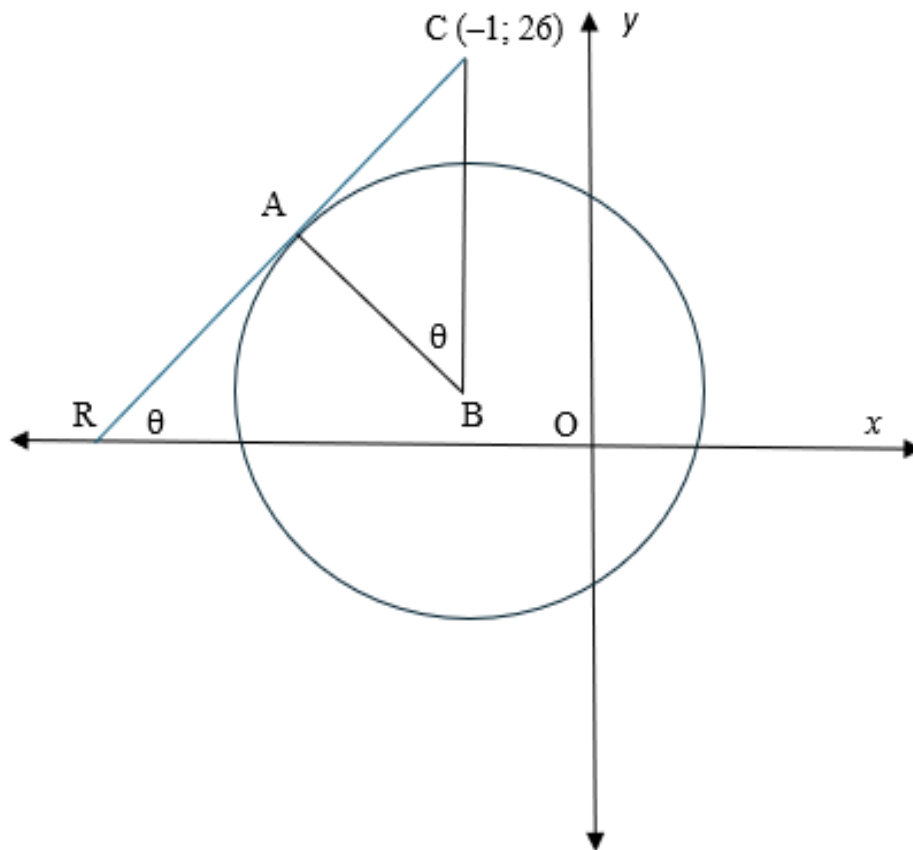


- 3.1 Bereken die lengte van QR. (2)
- 3.2 Bepaal M, die middelpunt van QR. (2)
- 3.3 Bepaal die vergelyking van die lyn wat deur P en M gaan. (4)
- 3.4 Bepaal die vergelyking van 'n sirkel wat QR as 'n deursnee het. (3)
- 3.5 Lê punt P binne of buite die sirkel in VRAAG 3.4?
Motiveer jou antwoord met relevante berekeninge. (3)
- 3.6 Bepaal die koördinate van S, as PQRS 'n parallelogram is, met S in die eerste kwadrant. (2)
- 3.7 Bereken die grootte van $\widehat{QPR}$. (4)

[20]

VRAAG 4

In die diagram is $B(-1; 1)$ die middelpunt van die sirkel. CA is 'n raaklyn deur A . C is die punt $(-1; 26)$, $\widehat{CBA} = \widehat{ARO} = \theta$ en $CA = 20$ eenhede.



Bereken die volgende:

- 4.1 Die lengte van die radius van die sirkel. (4)
- 4.2 Die vergelyking van die sirkel. (2)
- 4.3 Die vergelyking van die raaklyn CR . (3)
- 4.4 Die vergelyking van die radius AB . (4)
- 4.5 Die koördinate van A . (4)

[17]

VRAAG 5

5.1 Los op:

5.1.1 As $\tan \theta = \frac{8}{6}$ en $0^\circ < \theta < 90^\circ$ toon dat

$$10 \sin(\theta + x) = 6 \sin x + 8 \cos x \quad (4)$$

5.1.2 Los vervolgens die volgende vergelyking op:

$$6 \sin x + 8 \cos x = 9 \text{ vir } x \in [0^\circ; 360^\circ] \quad (6)$$

5.2 Vereenvoudig:

$$\frac{\cos(90^\circ + x) \cdot \cos(x - 180^\circ) \cdot \tan(360^\circ + x)}{\cos 240^\circ \cdot \tan 225^\circ} \quad (7)$$

5.3 Bewys die identiteit:

$$\frac{1 + \cos 2A}{\cos 2A} = \frac{\tan 2A}{\tan A} \quad (7)$$

5.4 As $\sin 32^\circ = t$ bepaal $\sin 16^\circ$ in terme van t . (3)

5.5 Gegee: $\cos(x + y) - \cos(x - y) = -2 \sin x \sin y$

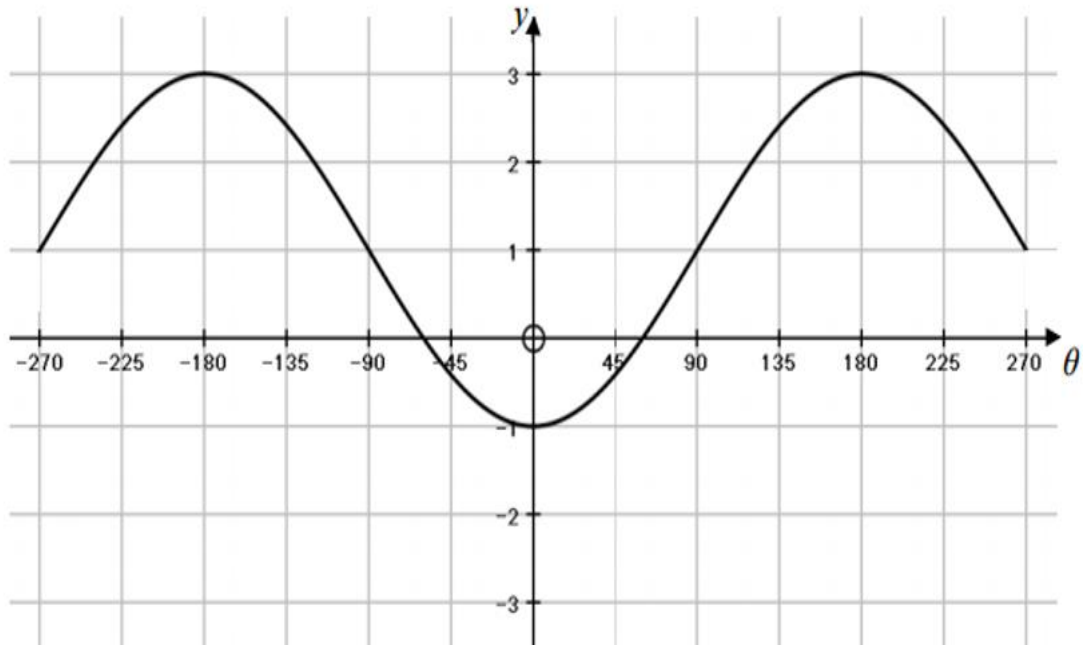
5.5.1 Bewys die bogenoemde identiteit. (3)

5.5.2 Lei vervolgens af dat $\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$ (2)

[32]

VRAAG 6

In die onderstaande diagram, is die grafiek van $f(\theta) = p \cos \theta + q$ geskets vir $-270^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$



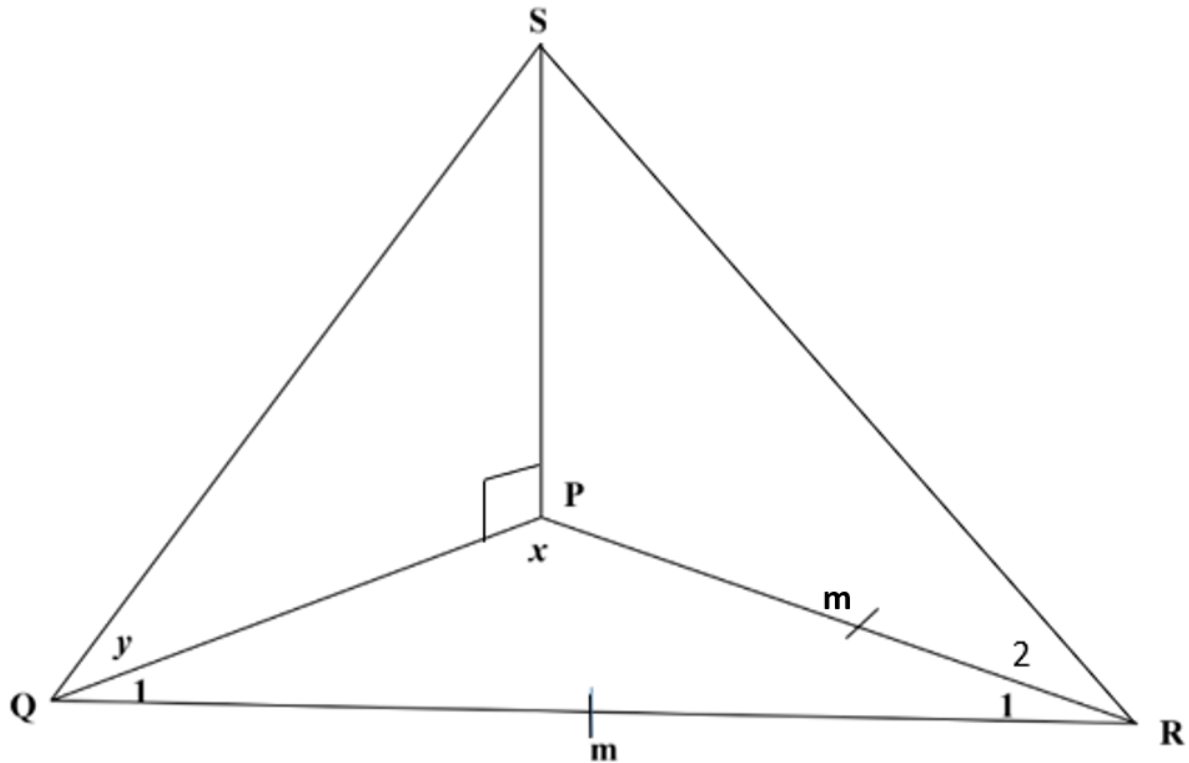
- 6.1 Skryf die amplitude van f neer. (1)
- 6.2 Skryf die waadeversameling van f neer. (1)
- 6.3 Skryf die waardes van p en q neer. (2)
- 6.4 Skets op dieselfde assestelsel die grafiek van $g(\theta) = -2 \tan \theta$ vir $\theta \in [-270^\circ; 270^\circ]$. (3)
- 6.5 Dui op die grafiek met behulp van verdikte lyne die intervale op die horisontale θ -as, waar $p \cos \theta + q \geq -2 \tan \theta$ vir $\theta \in [-270^\circ; 270^\circ]$. (3)

[10]

VRAAG 7

In die diagram is P, Q en R drie punte op dieselfde horisontale vlak.

$PR = QR = m$, $\widehat{QPR} = x$. SP is loodreg op PQ. Die hoogtehoek van S vanaf Q is y .

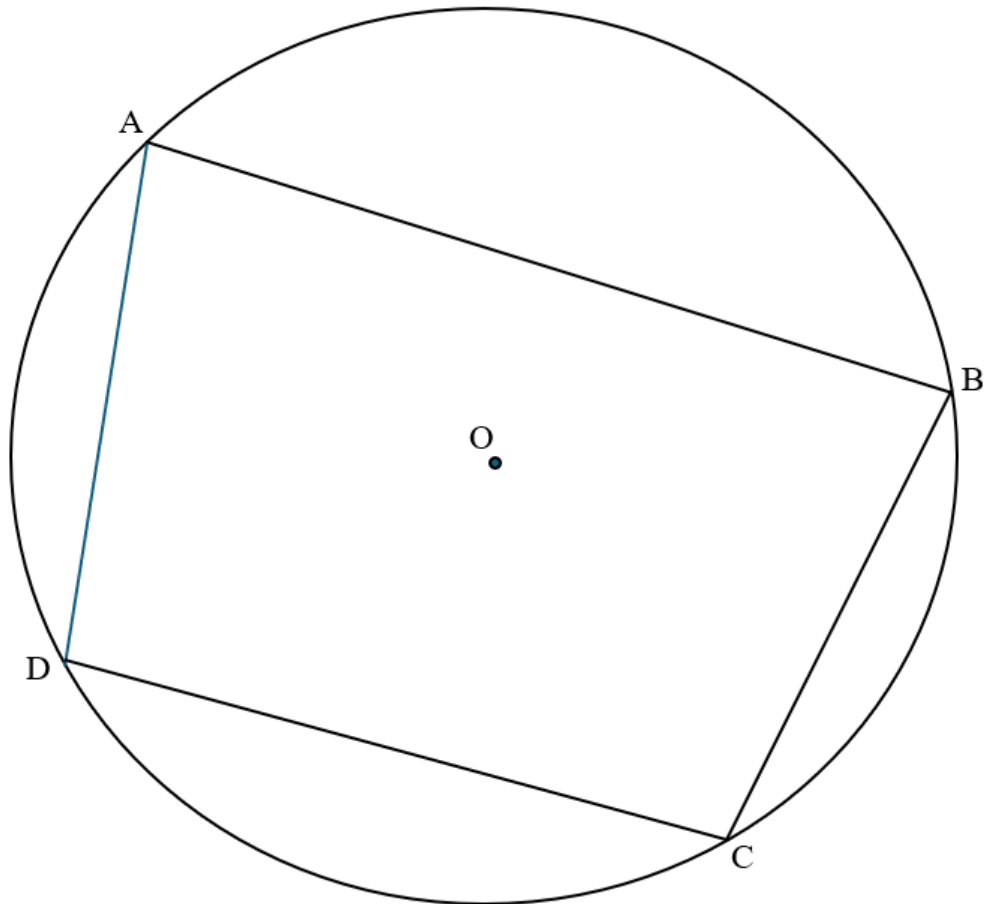


- 7.1 Druk die oppervlak van $\triangle PQR$ uit in terme van x en m . Laat jou antwoord in vereenvoudigde vorm. (5)
 - 7.2 Toon dat $PQ = 2m \cos x$ (4)
 - 7.3 Bewys vervolgens dat $SP = 2m \cos x \tan y$ (2)
- [11]

Gee redes vir jou stellings in VRAAG 8, 9 en 10.

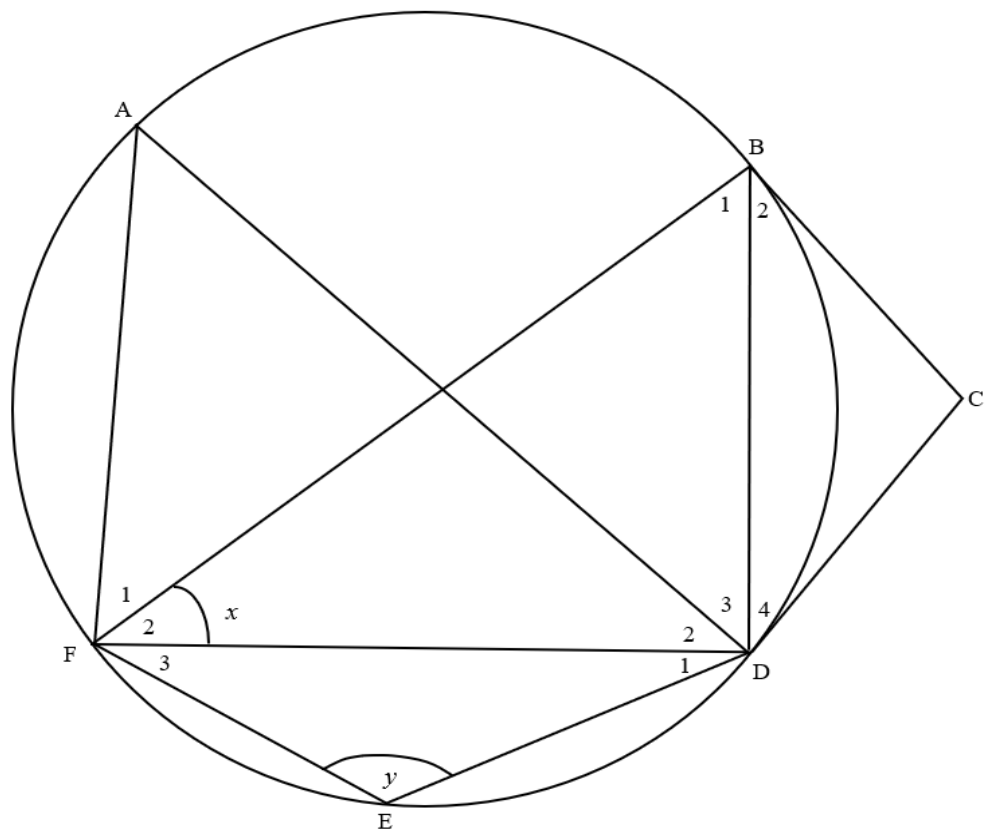
VRAAG 8

- 8.1 Gegee 'n sirkel met middelpunt O. A, B, C, en D is punte op die sirkel.
Bewys die stelling wat sê $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$



(6)

- 8.2 In die diagram hieronder word 'n sirkel getrek wat deur A, B, D, E en F gaan. Die raaklyne by B en D ontmoet by C. $\widehat{BFD} = x$ en $\widehat{E} = y$.



Druk die volgende uit in terme van x en y , en gee redes:

8.2.1 $\widehat{B}_2$ (2)

8.2.2 $\widehat{D}_4$ (2)

8.2.3 $\widehat{C}$ (2)

8.2.4 $\widehat{A}$ (2)

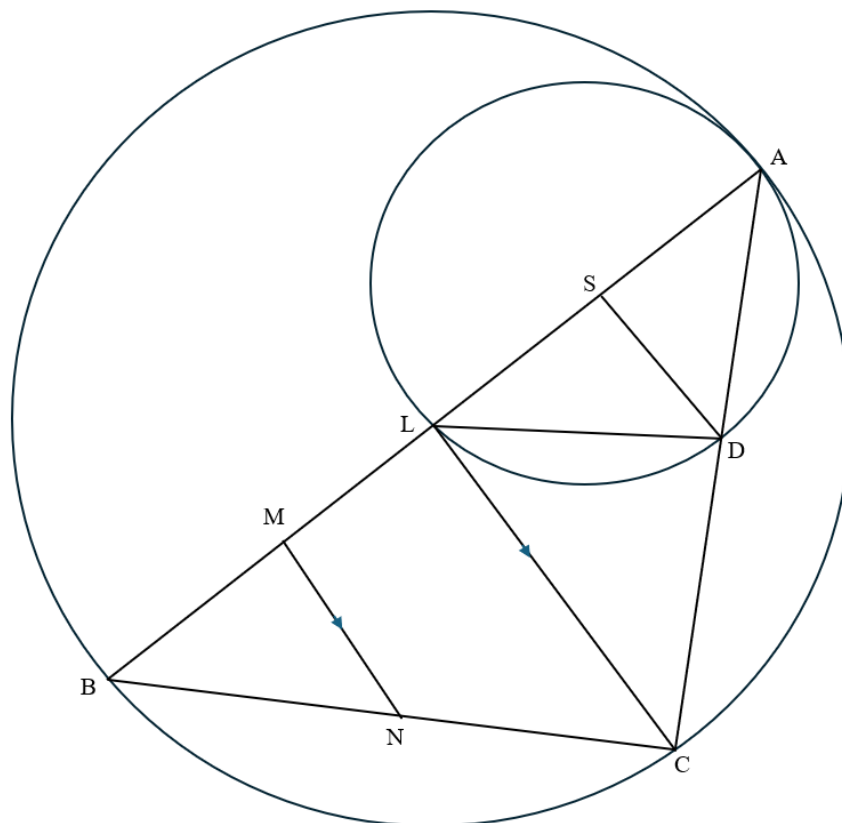
8.2.5 $\widehat{B}_1$ (2)

[16]

VRAAG 9

In die diagram hieronder, raak twee sirkels intern by A.

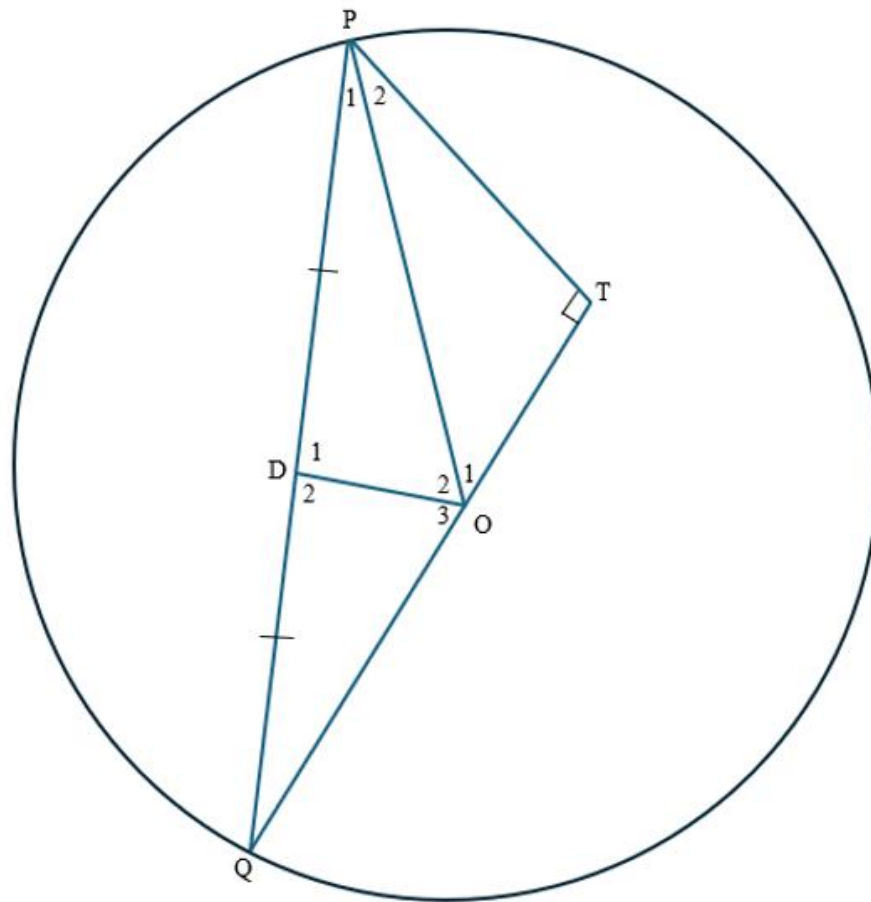
- AB is die deursnee van die groter sirkel en AL is die deursnee van die kleiner sirkel.
- S en L is die middelpunte van die sirkels.
- D is die punt op die kleiner sirkel en C is 'n punt op die groter sirkel. ADC is 'n reguit lyn.
- M is 'n punt op LB sodat $MN \parallel LC$.



- 9.1 Bewys dat $DL \parallel CB$. (4)
- 9.2 Bewys dat $2SD = LC$ (3)
- 9.3 Bepaal die waarde van $\frac{SL}{AB}$ (2)
- 9.4 Bepaal dan die lengte van LM, as AB 30 eenhede is en $\frac{BN}{NC} = \frac{7}{9}$ (3)
- [12]**

VRAAG 10

In die diagram hieronder is $\triangle PQT$ geteken. O is die middelpunt van die sirkel, en OD halveer PQ. $PT \perp QT$.



Bewys die volgende:

10.1 $\widehat{O}_3 = \widehat{QPT}$ (5)

10.2 $\triangle OPD \sim \triangle PQT$ (4)

10.3 $OQ \cdot QT = 2 PD^2$ (6)

[15]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1 + i)^n - 1]}{n}$$

$$P = \frac{x[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \quad \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$