

Agtergrondkennis – Funksies en relasies

F1 Hersiening – graad 9:

Bestudeer die volgende tabel:

Aantal balle gekoop(A):	1	2	3	4	8	12
Totale koste(K):	R2	R4	R6			

In graad 9 het ons reeds gesien dat ons die tabel kan voltooi deur die verband tussen A en K te bepaal en ook dan 'n formule of vergelyking saam te stel. In hierdie geval is die formule: $K = 2 \times A$

Ons het dan ook gesien dat K die afhanklike veranderlike en A die onafhanklike veranderlike genoem word, want die waarde van K hang van A se waarde af.

Tabelle is dan ook grafies voorgestel.

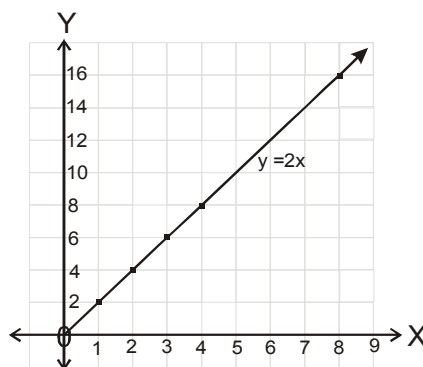
By funksies en relasies word meer male gebruik gemaak van x as die onafhanklike en y as die afhanklike veranderlikes. M.a.w. die bostaande tabel sal dan as volg lyk, met vergelyking $y = 2x$:

Voltooide tabel:

Aantal balle gekoop(x):	1	2	3	4	8
Totale koste(y):	R2	R4	R6	R8	R16

Uit die tabel kan ons dan die volgende geordende getalle pare neerskryf en dit dan grafies voorstel:

(1 ; 2)
(2 ; 4)
(3 ; 6)
(4 ; 8)
(8 ; 16)



Hierdie geordende pare kan as 'n versameling geskryf word:

$\{(1 ; 2) ; (2 ; 4) ; (3 ; 6) ; (4 ; 8) ; (8 ; 16)\}$

Uit bogenoemde versameling kan ons dan ook die definisieversameling (al die moontlike x -koördinate in die versameling) en die waardeversameling (al die moontlike y - koördinate in die versameling) neer skryf:

Definisieversameling: $x \in \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 8\}$

Waardeversameling: $y \in \{2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 16\}$

F2 Funksiebegrip:

'n Versameling van geordende getalpare, soos hierbo, word dan 'n **relasie** genoem. Wanneer elke element in die definisieversameling aan slegs **een** element in die waardeversameling gekoppel word, word die relasie 'n **funksie** genoem.

Die volgende is voorbeelde van relasies: $\{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (2; 1); (2; 2); (2; 3)\}$
 $\{(-1; 0); (0; 1); (1; 2); (2; 1); (3; -1)\}$
 $\{(1; 2); (2; 4); (3; 6); (4; 8); (8; 16)\}$

Net die volgende is egter funksies: $\{(-1; 0); (0; 1); (1; 2); (2; 1); (3; -1)\}$
 $\{(1; 2); (2; 4); (3; 6); (4; 8); (8; 16)\}$

Want die x -waardes word nie herhaal nie!

F3 Notasies:

Omdat daar dikwels met meer as een funksie op 'n keer gewerk word, word die verskillende funksies benoem. Ons maak gebruik van verskillende notasies (maniere van skryf) en die letters van die alfabet kan gebruik word om aan die verskillende funksies verskillende “name” te gee.

F3.1 Versamelingkeurdernotasie:

$$f = \{(x; y) / y = x + 1\} \quad \text{of} \quad g = \{(x; y) : y = -2x; x > 0\}$$

Dit lees: “f is die versameling van geordende pare $(x; y)$ sodat y gelyk is aan $x + 1$ ”
of “g is die versameling van geordende pare $(x; y)$ sodat y gelyk is aan $-2x$ met x groter as 0”

Die funksies hier ter sprake is dan: $y = x + 1$ en $y = -2x$

F3.2 Funksienotasie:

$$f(x) = x + 1 \quad \text{of} \quad g(x) = -2x$$

$$\text{Dit is dus dieselfde as: } y = x + 1 \quad \text{of} \quad y = -2x$$

Dit beteken: in plaas daarvan om “y” te skryf word $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ ens. geskryf. Die f en die g dui dus op die “naam” van elke spesifieke funksie, sodat daar tussen die verskillende funksies onderskei kan word, waar die x dui op die elemente van die definisieversameling wat in die vergelyking in vervang moet word om die waardeversameling te verkry.

F3.3 Beeldpuntnotasie:

$f: x \rightarrow x + 1$ of $g: x \rightarrow -2x$
Dit is dus dieselfde as: $y = x + 1$ of $y = -2x$

Dit lees: “f beeld x af op $x + 1$ ” of “g beeld x af op $-2x$ ”

Vb.1 $f: x \rightarrow -3x + 2$

(a) Skryf die uitdrukking vir $f(x)$ neer.

(b) Bereken: (i) $f(-1)$ (ii) $f(m)$ (iii) x as $f(x) = 8$

(a) $f(x) = -3x + 2$

(b) (i) $f(-1) = -3(-1) + 2$

$$f(-1) = 3 + 2$$

$f(-1) = 5 \quad \therefore y = 5 \text{ as } x = -1 \quad \therefore \text{Geordende getallepaar is: } (-1 ; 5)$

(ii) $f(x) = -3x + 2$

$$f(m) = -3(m) + 2$$

$$f(m) = -3m + 2$$

$\therefore y = -3m + 2 \text{ as } x = m \quad \therefore \text{Geordende getallepaar is: } (m ; -3m + 2)$

(iii) $f(x) = -3x + 2$

$$8 = -3x + 2$$

$$3x = 2 - 8$$

$$3x = -6$$

$$x = -2$$

$\therefore x = -2 \text{ as } f(x) = 8 = y \quad \therefore \text{Geordende getallepaar is: } (-2 ; 8)$

$$Vb.2 \quad p = \{(x; y) / y = x^2 - 1\} \quad \text{en} \quad q(x) = \frac{x+1}{2}$$

$$\text{Bereken: (a) } q(0)$$

$$(b) \quad p\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$(c) \quad p(-2) + q(3)$$

$$(d) \quad x \text{ as } p(x) = q(x)$$

$$(a) \quad q(x) = \frac{x+1}{2}$$

$$(b) \quad p(x) = x^2 - 1$$

$$q(0) = \frac{0+1}{2}$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1$$

$$q(0) = \frac{1}{2}$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{4}{4}$$

$$\therefore \left(0; \frac{1}{2}\right)$$

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-3}{4}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2}; \frac{-3}{4}\right)$$

$$(c) \quad p(-2) + q(3)$$

$$(d) \quad \text{As} \quad p(x) = q(x)$$

$$= [(-2)^2 - 1] + \left[\frac{3+1}{2}\right]$$

$$\text{Dan is: } x^2 - 1 = \frac{x+1}{2}$$

$$= [4 - 1] + \left[\frac{4}{2}\right]$$

$$\therefore 2x^2 - 2 = x + 1$$

$$= 3 + 2$$

$$\therefore 2x^2 - x - 3 = 0$$

$$= 5$$

$$\therefore (2x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\therefore 2x - 3 = 0 \quad \text{of} \quad x + 1 = 0$$

$$\therefore 2x = 3 \quad \therefore x = -1$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$