

**OVERBERG
ONDERWYSDISTRIK**

GEMEENSKAPLIKE VRAESTEL

GRAAD 12

**WISKUNDE V1
SEPTEMBER 2018**

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 10 bladsye en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
5. Volpunte sal NIE noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.
6. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
7. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
9. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
10. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x in elk van die volgende:

1.1.1 $x^2 - 10x - 3 = 0$ (korrek tot 2 desimale plekke) (3)

1.1.2 $x(x + 2) - 9(x + 2) = 0$ (3)

1.1.3 $3^x(3^x - 9) = 0$ (2)

1.2 Die wortels van die vergelyking $y = ax^2 + bx + c$ word gegee as:

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4k}}{2}$$

1.2.1 Vir watter waardes van k sal die wortels reëel wees? (2)

1.2.2 Gee een waarde van k waarvoor die wortels rasionaal sal wees, indien $k \in \mathbb{Z}$ (Heelgetalle) is. (1)

1.3 Los vir x en y gelyktydig op indien:

$2x + y - 2 = 0$ en $x(x - y + 1) = 0$ (6)

1.4 Gegee: $f(x) = \sqrt{(x - 1)(x + 2)}$ en $g(x) = 2x + 3$

1.4.1 Vir watter waarde(s) van x sal $f(x)$ nie-reëel wees? (3)

1.4.2 Los op vir x as $f(x) = g'(x)$ (5)
[25]

VRAAG 2

2.1 Bewys dat in enige rekenkundige reeks waarvan die eerste term a is en waar die konstante verskil d is, die som van die eerste n terme deur $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$ gegee word. (4)

2.2 Gegee die volgende ry: $-5 ; -1 ; 3 ; 7 ; \dots ; 35$

2.2.1 Bepaal die aantal terme in die ry. (3)

2.2.2 Bereken die som van die ry. (2)

- 2.3 Vir 'n rekenkundige reeks, bestaande uit 15 terme, is : $S_n = 2n - n^2$
Bepaal:

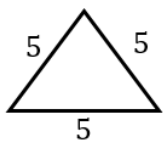
2.3.1 Die eerste term van die reeks. (2)

2.3.2 Die som van die laaste 3 terme. (3)

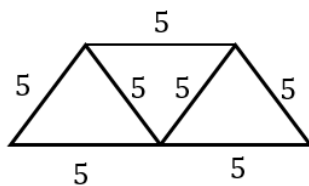
- 2.4 'n Reeks brûe, wat gevorm word deur gelyksydige driehoeke, word gebou uit staalstawe wat elk 5 m lank is.

Let wel: die lengte van die brug (ryoppervlakte) is die lengte van die onderste sy(e).

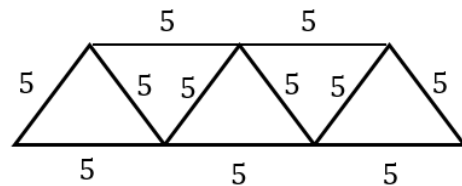
Rangskikking 1



Rangskikking 2



Rangskikking 3



Bereken hoeveel stawe nodig is vir 'n brug met 'n ryoppervlakte van 75m lank.

(3)
[17]

VRAAG 3

- 3.1 'n Kwadratiese getalpatroon $T_n = an^2 + bn + c$ het 'n derde term wat gelyk is aan -1 , terwyl die eerste verskille van die kwadratiese ry gegee word as: -12 ; -8 ; -4

3.1.1 Skryf die waardes neer van die eerste vier terme van die kwadratiese ry. (2)

3.1.2 Bereken die waarde van a , b en c . (3)

- 3.2 Beskou die meetkundige reeks $4 + p + \frac{p^2}{4} + \frac{p^3}{16} + \dots$

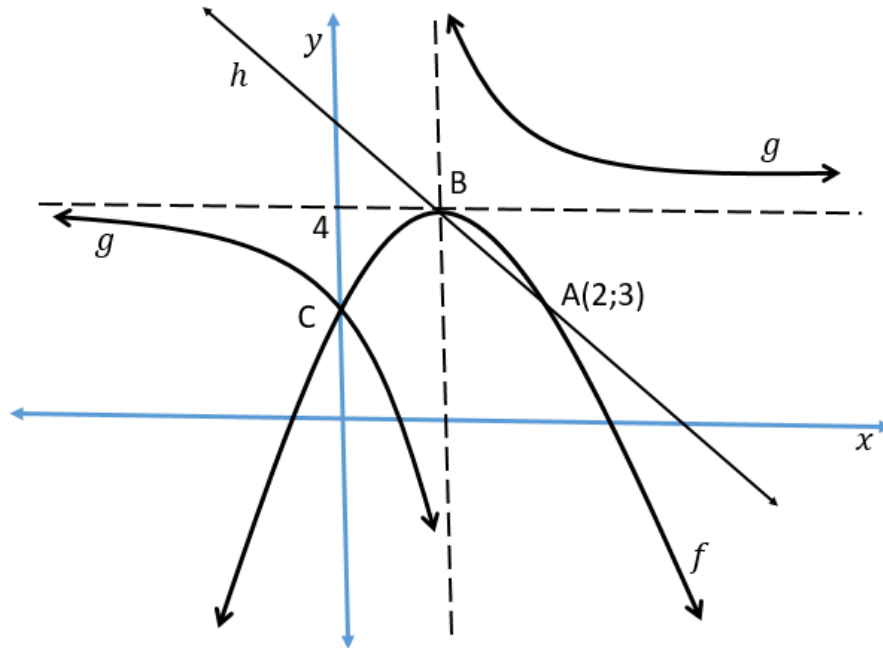
3.2.1 Bereken die waarde(s) van p waarvoor die reeks konvergeer. (2)

3.2.2 Bereken die waarde van p as die som tot oneindigheid 3 is. (3)
[10]

VRAAG 4

In die onderstaande skets word die grafieke van $g(x) = \frac{k}{x+p} + 4$ en $f(x) = ax^2 + bx + c$ gegee. Die asimptote van g sny by B, die draaipunt van f . Die grafieke van f en g sny by C, die y-afsnit van beide grafieke.

Die simmetrie as van g wat 'n negatiewe gradiënt het, is die lyn $h(x)$ wat die grafiek f by A (2 ; 3) en B sny.

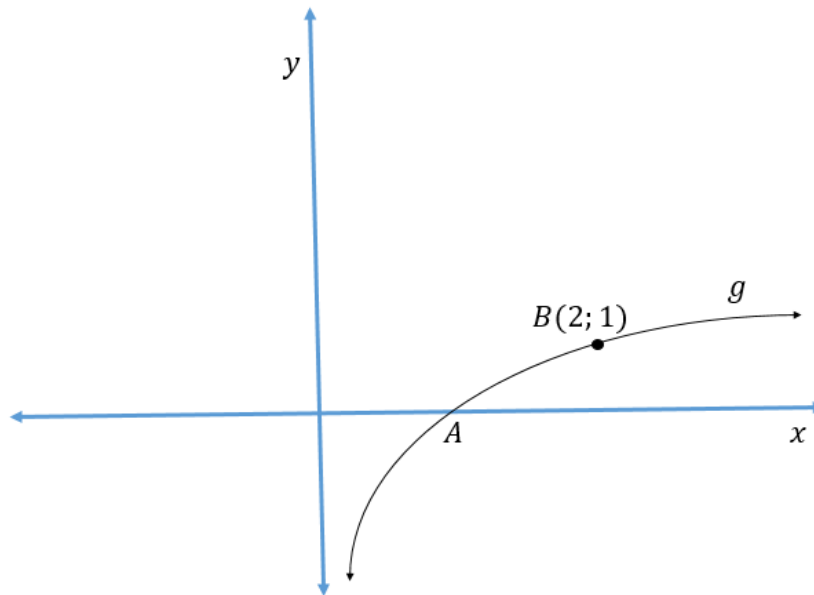


- 4.1 Bepaal die vergelyking van h . (2)
- 4.2 Toon aan dat die koördinate van B (1; 4) is.
Toon alle berekeninge duidelik aan. (2)
- 4.3 Toon aan dat die vergelyking van $f(x)$ gegee word deur $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.
Toon alle berekeninge duidelik aan. (4)
- 4.4 Bepaal die vergelyking van g . (3)
- 4.5 Bepaal die vergelykings van die asimptote van $g(x + 1)$. (2)
- 4.6 Bepaal die waarde(s) van x waarvoor $g'(x) \cdot f'(x) \geq 0$. (2)

[15]

VRAAG 5

Die grafiek van $g(x) = \log_2 x$ word hieronder aangetoon. A is die snypunt van g met die x -as.



- 5.1 Skryf die koördinate van A neer. (2)
- 5.2 Bepaal die vergelyking van g^{-1} in die vorm $y = \dots\dots\dots$ (2)
- 5.3 Skets die grafiek van $p(x) = -g(x)$. Dui alle afsnit(te) met die asse duidelik aan asook die koördinate van enige ander punt op die grafiek. (2)
- 5.4 Gebruik die grafiek om te bepaal vir watter waarde(s) van x , $\log_{\frac{1}{2}} x \geq 0$ (2)

[8]

VRAAG 6

Skets die grafiek van $f(x) = \frac{k}{x+p} + q$ indien:

- Die definisieversameling (gebied) gegee word as: $x \in R ; x \neq -1$.
- Die waardeversameling (terrein) gegee word as: $y \in R ; y \neq 2$
- $k < 0$
- x – afsnit : $(-\frac{1}{2}; 0)$
- $f(0) = 1$

[5]**VRAAG 7**

7.1 Na hoeveel jaar sal die prys van 'n voertuig wat teen R85 000 waardeer word, na R48 000 verminder as die verminderingskoers 13,4% p.j op die verminderde saldo is?

(4)

7.2 'n Man neem 'n verbandlening uit om 'n huis te koop. Hy beplan om die lening maandeliks terug te betaal oor 'n tydperk van 20 jaar. Die grootte van die verband is R600 000 en die rentekoers word bereken teen 11% p.j. maandeliks saamgestel.

7.2.1 Bereken die maandelikse paalement wat hy moet betaal.

(4)

7.2.2 Na 14 jaar wil hy die verbandlening afbetaal. Bereken die uitstaande balans.

(3)

7.2.3 Die man kan slegs R200 000 van die aflosbedrag dadelik betaal. Hy maak 'n reëling met die bank om die laaste gedeelte van sy lening 3 maande later in een paalement af te los. Bereken die waarde van die tweede aflosbedrag indien:

- hy geen verdere paalemente op die lening betaal nie
- hy 'n eenmalige bedrag drie maande later sal betaal
- die rentekoers onveranderd bly.

(3)

[14]

VRAAG 8

8.1 Gegee: $f(x) = 3 - x^2$

8.1.1 Bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels. (5)

8.1.2 Bepaal die gradiënt van die raaklyn aan f waar $x = -1$ (2)

8.2 Differensieer met betrekking tot x :

8.2.1 $f(x) = -3x^3 - 2\sqrt{x}$ (3)

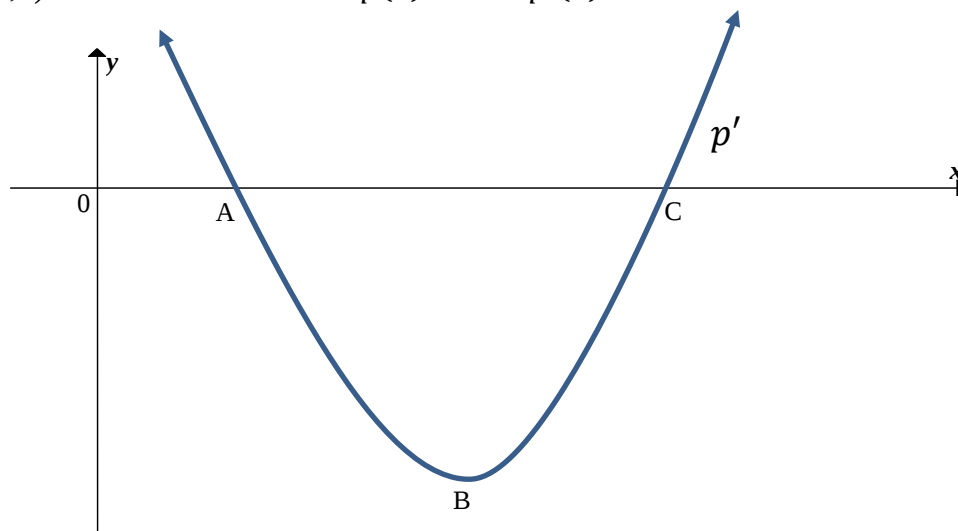
8.2.2 $xy = \left(x - \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x^2}\right)$ (4)

8.3 Gegee die funksies $h(x) = \frac{k}{x}$ en $g(x) = 3x + 6$

8.3.1 Bepaal die vergelyking van $h'(x)$ in terme van k . (2)

8.3.2 Bereken die waarde van k indien g 'n raaklyn is aan h . (5)

8.4 Die skets hieronder toon die grafiek van $p'(x)$ waar $p(x) = x^3 + bx^2 + 24x + c$. $A(2;0)$ is 'n x -afsnit van beide $p(x)$ en van $p'(x)$. C is 'n ander x -afsnit van $p'(x)$.



8.4.1 Toon aan dat die numeriese waarde van $b = -9$. Toon al jou berekeninge duidelik aan. (3)

8.4.2 Bereken die koördinate van C . (3)

8.4.3 Vir watter waarde(s) van x sal $p(x)$ stygend wees? (3)

8.4.4 Bereken die waarde(s) van x waarvoor die grafiek van p konkaf na bo is. (2)

8.4.5 Skets 'n moontlike grafiek van $p(x)$. Dui die x -koördinate van die draaipunte en die infleksiepunt duidelik aan. (4)

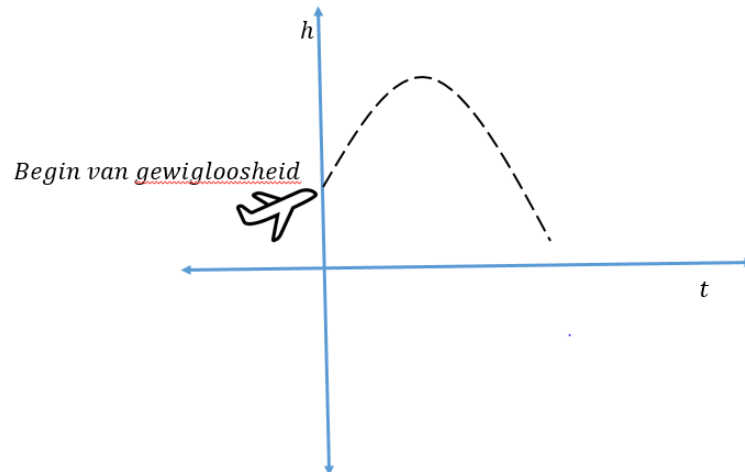
[36]

VRAAG 9

Die paraboliese vlug van 'n vliegtuig wat gewigloosheid gebruik, kan gemodelleer word deur die kwadratiese vergelyking:

$$h(t) = -10t^2 + 300t + 9750$$

waar h die hoogte van die vliegtuig, in meter, en t die tyd, in sekondes is, wanneer gewigloosheid bereik word.



- 9.1 Bepaal die hoogte wanneer gewigloosheid aanvanklik bereik word. (2)
- 9.2 Bereken die aantal sekondes wat die vliegtuig neem om sy maksimum hoogte te bereik nadat gewigloosheid bereik is. (3)
- 9.3 Bereken die aantal sekondes wat gewigloosheid duur, as gewigloosheid op dieselfde hoogte verlore gaan as wat dit bereik word. (2)
- [7]

VRAAG 10

- 10.1 Tydens 'n sekere opname is gevind dat 23% van die mense wat ondervra is, se gunsteling geur roomys, Vanilla is.
Wat is die waarskynlikheid dat 'n persoon wat lukraak gekies word, se gunsteling geur roomys NIE Vanilla is nie? (3)
- 10.2 By 'n sekere politieke vergadering is daar 20 Republikeine (R); 13 Demokrate (D) en 6 lede van die Onafhanklike party (I).
Wat is die waarskynlikheid, as 'n persoon willekeurig gekies word, dat die persoon of 'n Demokrat of 'n Republikein sal wees? (3)
- 10.3 Daar is 8 swemmers wat gaan deelneem aan 'n sekere olimpiese gebeurtenis ; 2 van die deelnemers wat gekwalifiseer het, is van Frankryk.
Op hoeveel verskillende maniere kan die swemmers gerangskik word as die Franse swemmers langs mekaar moet swem? (2)
- 10.4 Beskou die woord: **CAPETOWN**
Beantwoord die volgende vrae, indien herhaling van letters nie toegelaat word nie:
- 10.4.1 Hoeveel verskillende moontlike rangskikkings kan saamgestel word uit die woord CAPETOWN ? (2)
- 10.4.2 Bereken die waarskynlikheid dat die woord met 'n C sal begin en met 'n N sal eindig. (3)

[13]**TOTAAL: 150**

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} ; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{oppervlakte } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$